GEOMETRÍA RECREATIVA
PARTE PRIMERA
GEOMETRÍA AL AIRE LIBRE

CAPITULO TERCERO
GEOMETRÍA A CAMPO RASO

Contenido:

1. Las medidas visuales de la Luna.
¿De qué tamaño os parece la Luna llena? De cada persona podemos recibir un par de respuestas diferentes sobre esta pregunta.
La Luna del tamaño “un plato”, “una manzana”, “la cara de una persona” y etc. Las opiniones bastante indefinidas y inciertas, las cuales justifican solamente que la gente no le entienden el fondo de la cuestión.
La respuesta correcta sobre esta pregunta tan habitual la puede dar aquella persona que sabe sobre el “aparente” o “visible” tamaño del objeto. Pero nadie sospecha, que aquí se trata de un valor de un ángulo, precisamente aquel que se forma con dos líneas rectas, trazadas desde el ojo hasta los puntos extremos del objeto observado; Este ángulo se llama el “ángulo visual”, o el “tamaño angular del objeto” (Figura 60).

Y cuando el tamaño aparente de Luna en el cielo se evalúa, comparando con el tamaño de un plato, de una manzana y etc., entonces, las respuestas no tienen ningún sentido y deberían significar que la Luna se ve bajo el mismo ángulo visual que un plato o una manzana. Pero esta indicación por si mismo no es suficiente: un plato o una manzana los observamos bajo ángulos distintos en según su alejamiento: cerca, con un ángulo grande, lejos, con un más pequeño. Para tener la claridad, es necesario indicar desde cuál distancia se observa un plato o una manzana.
Comparar los tamaños de los objetos lejanos con el tamaño de los otros sin decir la distancia es el método literario, el que usan los escritores clásicos. El que impresiona gracias a su intimidad con la sicología de la mayoría de las personas, pero no produce ninguna imagen clara.
Un buen ejemplo es del "Rey Lear" de William Shakespeare; descripción (por Edgar) de una vista desde una escarpadura muy alta sobre del mar:

¡Que miedo!
¡Me mareo! Es demasiado abajo tirar sus miradas…
Chovas y cuervos, rizando por el medio,
Parezcan es poco probable tan grandes
como las moscas por el medio abajo,
Una persona colgada, cogiendo las hierbas del mar…

¡Que terrible oficio!
A mí me parece no es más grande que su cabeza.
Los pescadores, andan por la marina,
Como ratones; y aquel barco grande
Había disminuido al tamaño de su lancha;
Su lancha, un punto flotado,
Es demasiado pequeña para la vista…

Estas comparaciones dejarían una idea más clara sobre la distancia, si estuvieran acompañados con las indicaciones sobre el grado de alejamiento a los objetos comparables (moscas, cabeza de una persona, ratón, lancha…). Es lo mismo para compararlo el tamaño de Luna con un plato o una manzana, necesitamos indicaciones, como lejos del ojo deben estar estos objetos.

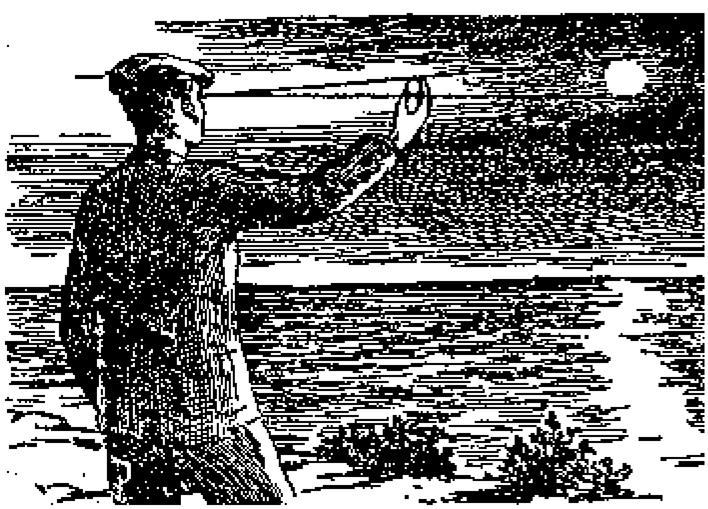

Figura 60. Qué es el ángulo visual

La distancia resulta demasiado grande, como pensamos. Teniendo la manzana en la mano estirada, tapamos no solo la Luna si no también la parte del cielo. Sobre un hilo colgaremos la manzana y alejándose poquito a poco hacia atrás, hasta que ella no tape el disco lleno de Luna: En esta posición la manzana y la Luna van a tener para nosotros el mismo tamaño visual. Midiendo la distancia desde el ojo hasta manzana, nos daremos cuenta que es mas o menos *10 metros.* ¡Así tenemos que alejar la manzana, para que de verdad se aprecie del mismo tamaño con la Luna en el cielo! Un plato tiene que alejar hasta mas o menos *30 pasos.*
Lo dicho parecerá increíble a quien lo escucha por la primera vez, además se deduce que la Luna es observada por nosotros bajo del ángulo visual solamente de un medio grado.
Valorar los ángulos en la vida cotidiana casi no hace falta, y por eso, la mayoría de gente tiene una imagen indefinida sobre la cantidad de los ángulos, por ejemplo, el ángulo de *1°*, de *2°* o de *5°* (sin hablar de los agrimensores y otras especialidades de las que necesitan medir los ángulos en la práctica). Solo los ángulos grandes los fijamos mas o menos verdaderamente.
Si comparamos con los punteros del reloj, todos conocerán los ángulos de *90°,* de *60°,* de *30°,* de *120°* y de *150°* , cuales acostumbramos de verlo cada día en esfera del reloj (a las 3.00, a la 1.00, a las 2.00, a las 4.00, a las 5.00), hasta que sin numeración podemos adivinar la hora a través del ángulo entre las agujas. Pero a los objetos pequeños, habitualmente los miramos bajo de un ángulo demasiado pequeño y por eso no los sabemos valorar a simple vista.
Volver

2. El ángulo visual

Deseando encontrar un ejemplo práctico con el ángulo de un grado, calcularemos cuanto debe de alejarse la persona de estatura mediana (1,7 metros), para aparecer bajo del este ángulo. Traduciendo en la lengua geométrica, digamos, necesitamos encontrar el radio de una circunferencia, cuyo arco de *1° equivalga a 1,7 metros* (mejor dicho la cuerda, pero para los ángulos pequeños la diferencia entre el arco y la cuerda es insignificante).
Razonamos así: Si el arco *1°* es de *1,7 metros,* entonces, la circunferencia total, teniendo *360°,* va a tener la longitud *1,7 × 360 = 610 metros,* el radio es *2ð* veces menor que la longitud de la circunferencia; si el numero *ð = 3,1416,* entonces el radio será

$$radio = \frac{1{,}7 \times 360}{2p} = \frac{610}{2 \times 3{,}1416} \approx 97 \text{ metros}$$

Figura 61. La figura de una persona se observa desde cien metros de longitud bajo el ángulo de 1 grado

Así pues, la persona aparece bajo el ángulo de *1°* , si entre nosotros hay una distancia de aproximadamente *100 metros* (Figura 61). Si él se aleja al doble veces hacia atrás, *200 metros, le* observaremos bajo un ángulo de medio grado; si se acerca a *50 metros,* entonces, el ángulo visual crece hasta *2°* y etc.
No es difícil de calcular también, que un palo a *1 metro* de longitud, tiene que presentarse a nosotros bajo un ángulo de *1°* a una distancia de *57 metros.*
Bajo de mismo ángulo observamos *un centímetro* a la distancia de *57 centímetros, un kilómetro* a una distancia *57 kilómetros* y etc. y por lo tanto, cualquier objeto a una distancia *57 veces* mayor que su diámetro. Si recordamos este número, *57,* entonces, podemos hacer los cálculos muy rápidos del tamaño angular del objeto.
Por ejemplo, si deseamos saber, a qué distancia tenemos que alejar la manzana, con diámetro de *9 centímetros,* para poder ver a ella bajo el ángulo de *1°* , entonces basta multiplicar *9 ´ 57 = 510 centímetros,* mas o menos *5 metros;* desde el doble de la distancia, la observaremos bajo la mitad del ángulo, de medio grado, es decir, concordante con el tamaño de la Luna.
Podemos hacer lo mismo con cualquier otro objeto y calcular la distancia sobre la que aparece del mismo tamaño que la Luna.
Volver

3. Un plato y la Luna.

Problema
¿A qué distancia tenemos que alejar un plato con el diámetro de *25 centímetros,* para que el plato parezca del mismo tamaño que la Luna en el cielo?

Solución
25 centímetros ´ 57 ´ 2 = 28 metros.
Volver

4. La Luna y las monedas.

Problema
Deberemos que hacer el mismo cálculo para una moneda (con diámetro de *25 milímetros*) o para moneda con diámetro de *22 milímetros.*

Solución

0,025 metros ´ 57 ´ 2 = 2,9 metros
0,022 metros ´ 57 ´ 2 = 2,5 metros

Si os parece increíble, que la Luna aparece al ojo no más grande que una moneda desde la distancia al cuatro pasos o un lápiz sobre la distancia *80 centímetros,* mantenemos el lápiz en la mano estirada enfrente el disco de la Luna llena: él tapa a ella mas que suficiente. ¡Y no es extraño, que el objeto más adecuado para comparar con la Luna, en sentido de los tamaños aparentes, no es un plato ni una manzana o una cereza, es un guisante o lo mejor, la cabeza de una cerilla!
Comparación con un plato o con una manzana presupone un alejamiento bastante grande; una manzana en la mano o un plato encima de la mesa los observamos en diez ó veinte veces más grande que el disco de la Luna. Y solo la cabeza de una cerilla, la que observamos a la distancia de *25 centímetros* desde el ojo (“la distancia visual clara”), en realidad vemos bajo un ángulo de medio grado, es decir, con el mismo tamaño de la Luna.
Es un de los más curiosos engaños de la vista, cuando el crecimiento en 10 ó 20 veces al disco de la Luna toma el carácter ilusorio para la mayoría de la gente. Él depende, tenemos que pensar, mas que todo de la *brillantez* de la Luna: La Luna llena se ve en el fondo del

cielo más penetrante, que los platos, las manzanas, las monedas y otros objetos entre medio ambiente[1].
Esta ilusión nos persigue irresistiblemente, hasta que los pintores, distinguidos por su muy buena vista, ceden a esta ilusión como la mayoría y pintan en sus cuadros la Luna llena más grande de lo que debe. Lo suficiente es comparar el paisaje, pintado por un pintor, con su imagen fotográfica, para asegurarse finalmente.
Lo dicho corresponde también al Sol, un astro que observamos desde la Tierra bajo un medio grado; aunque el radio verdadero del globo solar en *400* veces mayor que la luna, pero su alejamiento desde nosotros también mayor en *400* veces.
Volver

5. Las fotos sensacionales.
Para explicar la gran importancia que tiene el ángulo visual, dejaremos por un momento el tema directo, la geometría a campo raso, y haremos un par de ejemplos del tema de la fotografía.
En el cine, evidentemente, vimos muchas catástrofes, como por ejemplo, el choque dos trenes o las escenas muy curiosas, como el coche que pasa por el fondo del mar. Recordaremos la película "Los Niños del Capitán Grant" (Julio Verne). ¡Que impresión! ¿Verdad?
Viendo las escenas del hundimiento barco durante la tormenta o la escena de los cocodrilos alrededor del chico, encontrándose en el pantano. Nadie, posiblemente, ha pensado, que las todas escenas parecidas son rodajes verdaderos. ¿Pero como se obtienen?
El secreto se abre con ayuda de las imágenes siguientes. En la Figura 62, podemos ver una “catástrofe”, un tren de juguete dentro de una situación de “mentira”; En la Figura 63, un coche de juguete, enganchado por un hilo se mueve detrás del acuario. Esto es toda la “naturaleza”, sobre la que estaba rodeada la película. ¿Por qué viendo estos rodajes en la pantalla, nos persigue la ilusión, nos parece que tenemos delante de nosotros un tren y un coche de verdad?

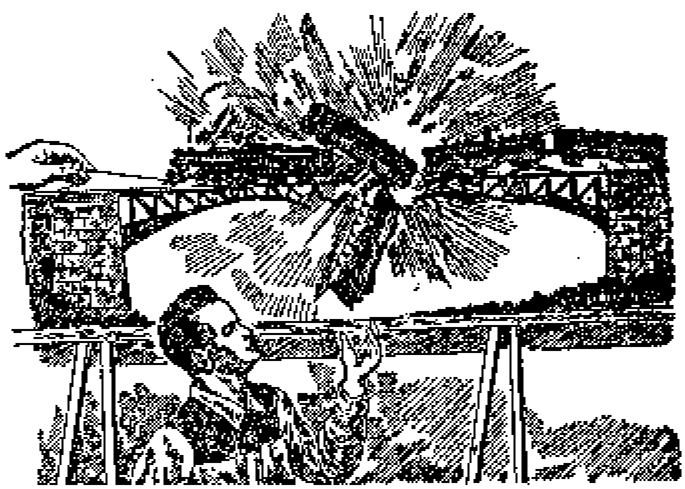

Figura 62. Preparación de la catástrofe de ferrocarril para un rodaje.

Aunque aquí en las fotos inmediatamente notamos sus tamaños de miniatura, además no es necesario comparar con los tamaños de otros objetos. Por una simple razón: El tren y el coche se filmaron de una distancia muy cercana; Por eso ellos se presentan para nosotros

[1] Por la misma razón el hilo incandescente de una bombilla eléctrica, les parece mucho más ancho, que en un estado frío y apagado.

bajo del mismo ángulo visual, como los observamos los coches y los trenes en su tamaño real. Esto es el todo secreto de ilusión.

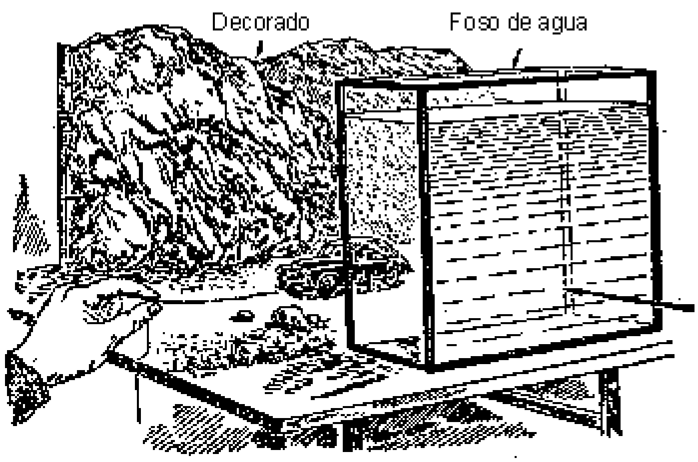

Figura 63. Un paseo por el fondo del mar.

Una imagen más, de la película " Ruslan y Ludmila" (Figura 64). Una cabeza enorme y el Ruslan pequeño montando el caballo. La cabeza está situada en el campo de maqueta, cerca del aparato de filmación. Y el jinete a una distancia bastante lejana. Ese es todo el secreto de la ilusión.

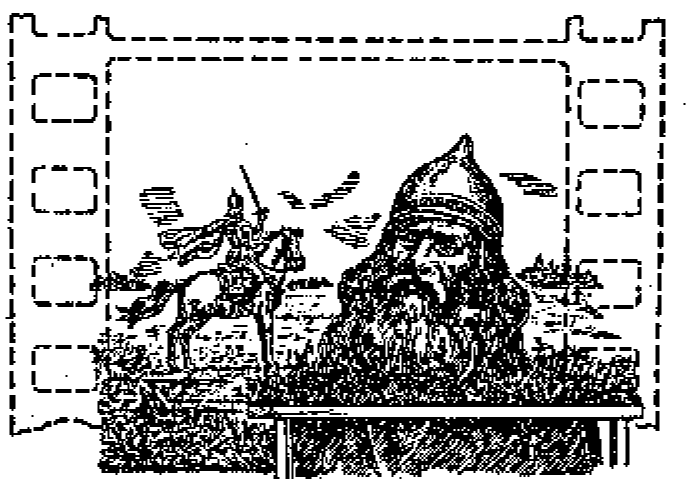

Figura 64. Una imagen de película "Ruslan y Ludmila"

La Figura 65 presenta otra imagen de la ilusión, el principio tiene el mismo sentido. Vimos unos paisajes muy extraños, recuerden la naturaleza de los tiempos paleolíticos: Los árboles muy raros, parecidos a los musgos gigantes, encima de ellos unas gotas de agua gigantescas, en el primer plano, un monstruo grande, sin embargo, teniendo la analogía con un inofensivo milpiés. Sin tener en cuenta un aspecto bastante extraño, el dibujo es de la realidad: es solamente un terreno no muy grande de bosque bajo un ángulo visual extraordinario. Nosotros nunca podemos ver los tallos de musgos, las gotas de agua, los milpiés y etc. bajo un ángulo visual tan grande, por eso la foto nos parece bastante extraña y desconocida. Enfrente de nosotros hay un paisaje, el que podemos ver, si disminuimos hasta el tamaño de una hormiga.

Figura 65. Un terreno misterioso, reproducido de la naturaleza

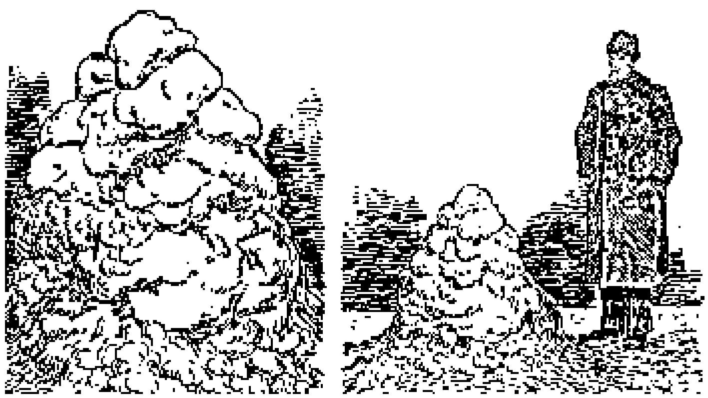

Figura 66. Una montaña de nieve en la foto (a la izquierda) y en realidad (a la derecha).

Al lado una imagen de aquellas "montañas", la que impresiona mucho (Figura 66, a la izquierda).
Al fin, la situación se aclara: para la foto sirvió un montículo de nieve, hecho por el fotógrafo humorista, tomado desde una distancia bastante cercana, es decir, bajo de un ángulo insólitamente grande (Figura 66, a la derecha).
Volver

6. El transportador vivo.
Preparar un aparato gonio métrico es bastante fácil, aún más cuando podemos utilizar el transportador. Pero el goniómetro hecho a mano tampoco puede estar siempre con nosotros. En esos momentos es cuando podemos aprovechar el "goniómetro vivo", el que siempre está con nosotros. Son nuestros propios dedos. Para obtener una idea aproximada los ángulos visuales, antes tenemos que hacer algunas mediciones y cálculos.
Primero, hay que saber bajo qué ángulo visual vemos la uña del dedo índice de la mano estirada hacia delante.
Habitualmente, la anchura de la uña, *1 centímetro,* a una distancia desde el ojo de unos *60 centímetros* la vemos bajo un ángulo de más o menos, *1°* (un poco menos, por que el ángulo de *1°* corresponde a una distancia de *57 centímetros)*. Un adolescente tiene la uña

más pequeña, pero el brazo y la mano más pequeños, entonces, su ángulo visual, es el mismo de *1° .*

Algunos lectores saben cómo podemos hacer nuestras propias mediciones y cálculos, para asegurarse si no hay gran diferencia entre los resultados de *1°.* Si la diferencia es grande, tiene que probar otro dedo.

Sabiendo esto, tenemos a nuestra disposición el modo de valorar los pequeños ángulos visuales solamente con las manos. El cualquier objeto lejano, el que tapa la uña del dedo índice de la mano estirada, lo vemos bajo un ángulo de *1° ,* y por lo tanto, apartado en *57* veces diámetro. Si la uña solo tapa la mitad del objeto, entonces, su valor angular es *2° ,* la distancia es igual a *28* veces su diámetro.

La Luna llena tapa solamente la mitad de la uña, es decir, vemos bajo del medio grado, entonces, la distancia entre ella y nosotros es *114* veces su diámetro; ¡Es uno de las más valoradas mediciones astronómicas, realizada solamente con las manos!

Para los ángulos más grandes utilizaremos la articulación del pulgar, teniéndole *doblado* sobre la mano estirada. Una persona mayor tiene longitud de esta articulación de *~3 ½ centímetros,* la distancia entre el ojo y la mano estirada, *~55 centímetros.* Es fácil de calcular, que su valor angular en esta posición tiene que ser *4° .* Esto es nuestro medio de valorar los ángulos visuales de *4°* (también y de *8°*).

Añadimos dos ángulos más, los que pueden ser medidos por los dedos, son aquellos espacios entre los dedos:

1) entre el mediano y el índice, separados más posible;
2) entre el pulgar y el índice, también separados.

No es difícil de calcular; el primer ángulo es más o menos *7° a 8° ,* el segundo, *15° a 16° .*

Durante un paseo podemos utilizar nuestro goniómetro vivo. Por ejemplo, a lo lejos vemos un vagón de mercancías, el que está tapado por la mitad de articulación del pulgar sobre la mano estirada, es decir, lo vemos bajo ángulo de *~2° .* Como ya lo sabemos la longitud del vagón (*~6 metros)*, entonces, es fácil encontrar la distancia entre nosotros:

$$6 \times 28 \quad 170 \text{ metros.}$$

Evidentemente, la medición es aproximada, pero es mejor que un valor infundado.

A lo largo del libro enseñaremos también un modo como construir sobre un terreno los ángulos rectos, aprovechando nuestro cuerpo.

Si necesitamos pasar a través de un punto la perpendicular hasta un punto dado, colocándose en este punto sobre la línea indicada, *sin mover la cabeza,* ligeramente estiramos la mano sobre el sentido, donde deseamos pasar el perpendicular. Después de, solevantar el pulgar de la mano estirada, hacemos girar la cabeza hacia él y fijamos la vista en un objeto, un pedrusco, un arbusto y etc., el que se tapa por el pulgar, mirando con el ojo apropiado (es decir, el ojo derecho, cuando la mano estirada es la derecha, y el izquierdo, cuando la izquierda).

Solamente marca sobre la tierra la línea recta allí donde estabamos, hasta el objeto notado, esa es la perpendicular buscada. El modo, parece no tener buenos resultados, pero después de varios ejercicios aprenderemos aprovechar la “escuadra viva”.

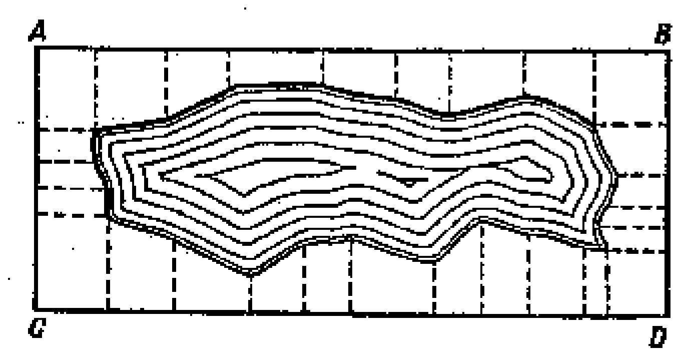

Figura 67. Trazado de un plano del lago.

Luego utilizando la "escuadra viva", podemos sin otros medios, medir la altura angular de las estrellas sobre el horizonte, alejamiento de las estrellas entre la medida gradual, los caminos de fuego dejados por los meteoritos y etc.

Y por fin, sabiendo construir sin ningún aparato a los ángulos rectos podemos preparar el plano de un terreno, la idea de cual se ve en la Figura 67. Por ejemplo, para trazar un plano del lago se mide el rectángulo *ABCD,* también las longitudes de los perpendiculares, bajados desde los puntos notadas en la orilla, y los trayectos de sus fundamentos desde los vértices del triángulo. Mejor dicho, estado en la situación de Robinson Crusoe, saber usar nuestras propias manos para medir los ángulos (y con los pasos, las distancias) puede ser útil para cualquier tipo de necesidades.

Volver

7. Báculo de Yakov.

Si deseamos tener unos aparatos mejores al anteriormente descrito, como la "escuadra viva" para medir los ángulos, podemos preparar un aparato bastante simple y muy cómodo, a veces en otro tiempo aprovechado por nuestros abuelos. Está llamado por el nombre de un inventor "báculo de Yakov", el aparato utilizado por los navegantes hasta el siglo XVIII (Figura 68).

El aparato había construido con una regla larga *AB,* de *70 a 100 centímetros,* sobre cual puede deslizarse una tablilla perpendicular *CD*; donde ambas partes *CO* y *OD* de la tablilla son iguales.

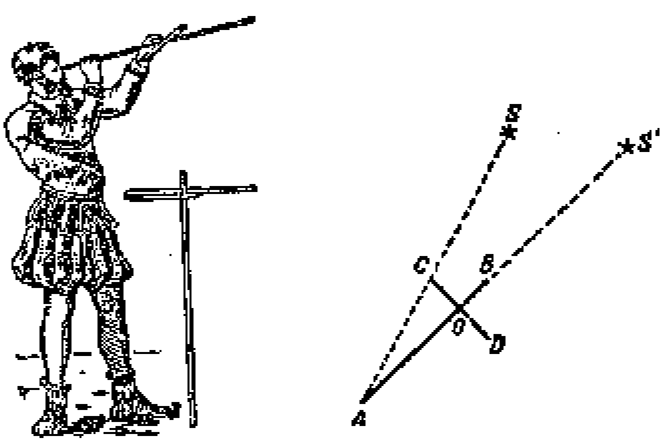

Figura 68. Báculo de Yakov y esquema de uso.

Si deseamos medir el trayecto angular entre las estrellas *S* y *S'* (Figura 68) con la ayuda de este aparato, entonces acercaremos el extremo *A* de la regla (para comodidad de observación le hacemos un agujero) y apuntaremos la regla de modo que la estrella *S'* sea vista sobre el extremo *B* de la regla; después trasladamos la tablilla *CD* a lo largo de regla hasta que la estrella *S* sea vista sobre el extremo *C* (dibujo N68). Ahora solo queda por medir el trayecto *AO,* sabiendo la longitud *CO,* calcular el valor angular de *SAS'.* Quien conoce de trigonometría habrá notado que la tangente del ángulo buscado es igual a la proporción

$$\frac{CO}{AO}$$

Nuestra "trigonometría de champaña", explicada en el capítulo quinto, también es suficiente para hacer él calculo; calcularemos *AC* por el teorema de Pitágoras la longitud *AC, CO* Después encontremos el ángulo, mediante el seno

$$\frac{CO}{AC}$$

Por fin podemos saber el ángulo buscado por el camino gráfico: construyendo el triángulo *ACO* en el papel a una escala voluntaria, medimos el ángulo *A* con el transportador, si no le tenemos, entonces, usaremos el modo descrito en nuestra "trigonometría de campaña" (ver él capitulo quinto).

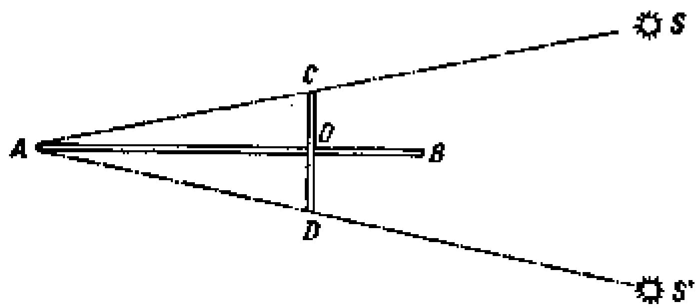

Figura 69. La medición del trayecto angular entre las estrella con la ayuda de báculo de Yakov.

¿Para que necesitamos la otra mitad de la traviesa? Cuando el ángulo es demasiado grande, y no podemos medir por el camino explicado ahora, entonces apuntaremos sobre la estrella *S'* no la regla *AB,* si no la regla *AD,* moviendo la tablilla hasta que cuando su extremo *C* esté sobre la estrella *S* (Figura 69). Entonces es fácil encontrar el valor del ángulo *SAS' ya sea* calculando o construyendo.

Para no hacer los cálculos y las construcciones después de cada medición, es mejor hacerlos antes, durante la preparación del aparato y marcar los resultados sobre la regla *AB;* Luego apuntando el aparato sobre las estrellas, leemos solamente el dato anotado sobre el punto *O, que* es el valor del ángulo buscado.

Volver

8. Goniómetro de rastrillo.

Más fácil de preparar es este otro aparato para medir el tamaño angular, se llama "Goniómetro de rastrillo", porque en realidad parece un rastrillo (Figura 70). Su parte principal, la tablilla es de cualquier forma, junto un borde se fija un disco agujereado; donde el observador acerca su ojo. Junto al borde de enfrente se clavan los alfileres finos, donde los espacios entre ellos miden 1/57 veces su distancia al agujero en el disco.

Nosotros ya sabemos que cada espacio se observa bajo un ángulo de *1°.* Podemos también colocar los alfileres siguiendo otro modo, donde es posible tener un resultado más exacto; sobre de una pared se delinean dos rectas paralelas separadas a un metro entre ellas, se aleja sobre una perpendicular hasta *57 metros*, observan estas líneas a través del agujero del disco; los alfileres colocan de modo que cada pareja los alfileres vecinos tapan las líneas dibujadas en la pared.

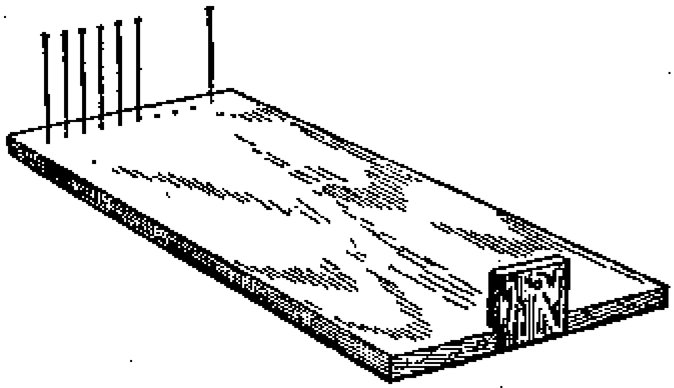

Figura 70. Goniómetro de rastrillo

Cuando los alfileres están colocados, podemos quitar algunos de ellos, para tener los ángulos de *1°* *,* de *3°* *,* de *5°* *.* La manera de utilizar este Goniómetro, evidentemente, la entiende cualquier lector sin ninguna explicación. Con alguna experiencia, podemos medir los ángulos visuales con bastante exactitud, no menos que *¼°* *.*
Volver

9. El ángulo del artillero.
Un artillero no dispara "a ciegas".
Sabiendo la altura del punto donde se dirige el tiro, busca su valor angular y calcula el trayecto hasta el punto; En otro caso busca, el ángulo que debe mover el arma para hacer los disparos de un objeto al otro.
Estas tareas las soluciona muy rápido y además, mentalmente. ¿De qué manera?
Fijémonos en la Figura 71.
AB, es el arco de la circunferencia con el radio *OA* = *D; ab*, es el arco de circunferencia con el radio *Oa* = *r.*

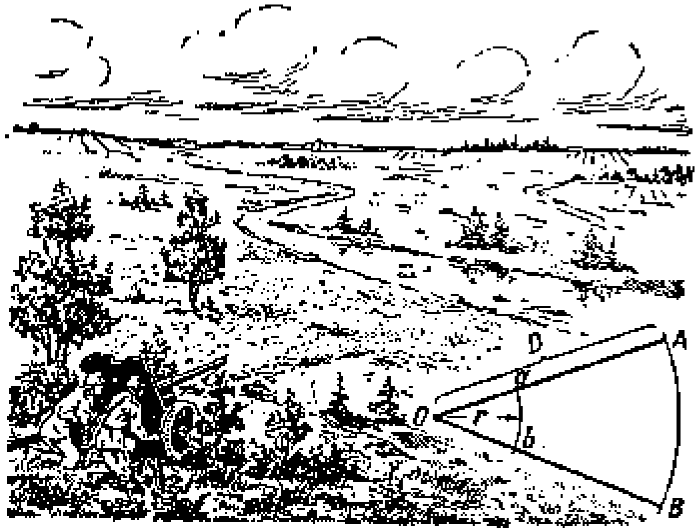

Figura 71. Esquema del transportador al artillero.

Por la semejanza de los sectores AOB *y* aOb *se deduce:*

$$\frac{AB}{D} = \frac{ab}{r}$$

$$AB = \frac{ab}{r} D$$

La proporción $\frac{ab}{r}$ caracteriza el valor del ángulo visual *AOB;* sabiendo esta proporción, es fácil de encontrar *AB* si se conoce *D,* o *D* si se conoce *AB.*

Los artilleros se facilitan los cálculos, dividiendo la circunferencia no en *360°* partes, como normalmente, si no sobre los *6.000* arcos iguales, entonces la longitud de cada uno es más o menos 1/1000 del radio de circunferencia.

En la realidad, por ejemplo, el arco *AB* del círculo goniométrico *O* (Figura 71) se muestra una unidad de división; la longitud de toda circunferencia es

$$2\pi r \approx 6r$$

$$ab = \frac{6r}{6000} = \frac{1}{1000} r$$

En la artillería su nombre es "milésimo". Entonces,

$$AB = \frac{0{,}001r}{r} D = 0{,}001D$$

Para saber a qué distancia *AB* sobre el terreno corresponde a una división de goniómetro (al ángulo de una "milésima") es suficiente separar con la coma de la derecha a los tres dígitos.

Por el teléfono o radio entregan los datos o comandos y el numero de "milésimas": pronuncian como un número de teléfono, por ejemplo: el ángulo de *150 "milésimas"* dicen: "Uno cero cinco", y anotan:

1 – 05;

El ángulo de *8 "milésimas"* dicen: "cero cero ocho", y anotan:

0 – 08.

Ahora sin ninguna dificultad, resolveremos la tarea siguiente.

Problema
Un carro de combate ve desde el arma antitanque bajo ángulo de *0 – 05.* Encontrar la distancia hasta al tanque; tomaremos su altura como *2 metros.*

Solución
5 divisiones de goniómetro = 2 metros,
1 división de goniómetro = 2 / 5 = 0,4 metros.

Como una división del goniómetro es una milésima parte del alejamiento, entonces la longitud será mil veces mayor, es decir

D = 0,4 ´ 1000 = 400 metros.

Si, por el momento, el comandante o el soldado no tiene instrumentos goniométricos, entonces se usa la palma, los dedos o otros medios como los descritos anteriormente (ver "el transportador vivo"). El artillero debe saber solamente su "valor" no con los grados, sino, con "milésimas". Estos son los "valores" aproximados en "milésimas" de los ángulos:

La palma de mano	1 – 20
El dedo medio, índice o anular	0 - 30
Lápiz (anchura)	0 – 12
Cerilla por su longitud	0 – 75
Cerilla por su anchura	0 – 03

Volver

10. La agudeza de nuestra vista.
Acostumbrándose al concepto del valor angular de un objeto, podemos ahora entender cómo medir la agudeza visual, y hacer por su propia cuenta las mediciones.
Dibujaremos en un papel veinte líneas negras iguales de longitud de *5 centímetros* y de *1 milímetro* de anchura de modo que su forma sea un cuadrado (Figura 72).
Fijando el dibujo en una pared luminosa, nos alejaremos hasta que las líneas se unen en un fondo gris. Medimos la distancia y calculamos, ya lo sabemos cómo, el ángulo visual, bajo el cual no podemos distinguir las líneas de *1 milímetro* de anchura. Si este ángulo es *1' (un minuto),* entonces, nuestra agudeza visual es normal; si es *tres minutos,* la agudeza es *1/3* de lo normal y etc.

Problema
Las líneas de la Figura 72 se unen para nuestro ojo a una longitud de *2 metros.* ¿Es normal la agudeza visual?
Solución
Sabemos, que desde la distancia de *57 milímetros* la línea con la anchura de *1 milímetro* se ve bajo un ángulo de *1°* , es decir, *60'.* Por lo tanto, desde la distancia de *2000 milímetros* ella se ve bajo ángulo *x,* el que sale de la proporción

x : 60 = 57 : 2000,

$$x = 1,7'$$

La agudeza visual es bajo de lo normal: *1 : 1,7* = aproximadamente *0,6.*

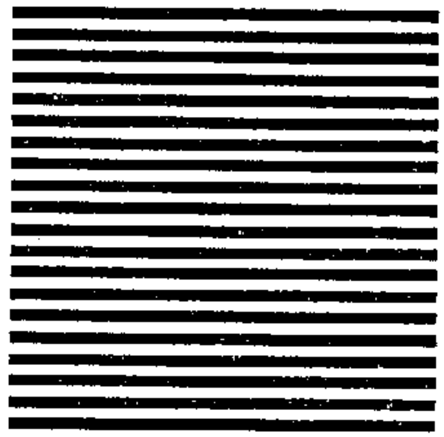

Figura 72. Para medir la agudeza visual.

Minuta máxima

Hemos dicho que las líneas observadas bajo un ángulo visual de al menos un minuto, no se pueden distinguir separadas con un ojo normal. Esta aseveración es también correcta para cualquier otro objeto: hablando de cualquier contorno de un objeto observado, si se ve bajo un ángulo menor que *1',* no lo puede distinguir un ojo normal.

Cada un objeto se convierte en un punto "bastante pequeño para la vista" (Sheakespeare), en la partícula de polvo sin tamaño y sin forma. Es una de las propiedades del ojo humano: un minuto angular es el limite de su agudeza. ¿Por qué motivo? esta es otra pregunta que debe ser tratada por la física y la fisiología de la vista. Aquí hablamos, solamente de la parte geométrica de este fenómeno.

Todo lo que estamos hablando, corresponde a los objetos cercanos, pero demasiado pequeños. Nosotros no podemos distinguir la forma de una partícula del polvo, estado en el aire: alumbradas por los rayos del sol, ellas se presentan para nosotros como unos pequeños puntillos, aunque en la realidad tienen formas distintas.

Nosotros tampoco podemos distinguir los pequeños detalles de un insecto, porque los vemos bajo un ángulo menor de *1'.* Por la misma razón no podemos sin telescopio ver los detalles en la superficie de la Luna, de los planetas y de los otros astros.

El mundo se podría presentar para nosotros totalmente distinto, si el limite de la vista natural se aumentara.

Una persona teniendo él limite de agudeza visual, *1'/ 2* por ejemplo, podrá observar el oriente medio más profundo y más lejos. Una muy bonita descripción de esta capacidad de la vista puede verse en la novela "Estepa" de A. P. Chéjov.

> *«"La vista de aquel chico (Basilio) fue sorprendentemente aguda. Lo vio todo tan perfectamente bien, que la estepa parda y desierta fue para él siempre llena de vida y movimiento. Le bastaba mirar atentamente a la lejanía, para encontrar una zorra, un conejo, un ave cuellilarga o cualquier otro animal, manteniéndose lejos de la gente. No es nada extraño ver un conejo alejándose rápidamente o una ave volando, eso lo pudo ver cualquiera persona, cruzando la estepa, pero no para cualquiera es posible ver a los animales salvajes en su vida cotidiana, cuando ellos no corren, no se esconden y no miran en su alrededor inquietamente. Pero Basilio vio los zorros jugando, los conejos limpiándose con sus patas, el ave cuellilarga desplegando las alas, el ave esteparia pisoteando sus "puntillos".*

> *Gracias a la agudeza de la vista, aparte del mundo, el que observaban todos, el muchacho tuvo otro el mundo, su propio, inaccesible para nadie y, probablemente, muy bonito, por que cuando él observaba y admiraba, ha sido muy difícil sin tener la envidia."»*

Es extraño pensar que para ocurra este cambio sorprendente sea suficiente bajar el ángulo *1' a* más o menos *1/2'***.**
El funcionamiento mágico de los microscopios y de los telescopios está relacionado al mismo fenómeno.
El objetivo de estos aparatos es cambiar el paso de los rayos del objeto observado, como si entraran en el ojo como un haz divergente, entonces, el objeto se presenta bajo de un ángulo visual más grande. Cuando se dice que el microscopio o el telescopio amplía en *100* veces, quiere decir, que con su ayuda nosotros vemos los objetos bajo de ángulo *100* veces mayor, que a siempre vista. Y entonces los detalles que antes se escapaban del ojo desnudo, están accesibles para nuestra vista. La Luna llena observaremos bajo un ángulo de *30',* y como su diámetro es *3.500 km,* cada parte de la Luna tendrá un diámetro de 3500/30 120 km
En el tubo, ampliando en *100* veces, serán imperceptibles las partes pequeñas con un diámetro de 120/100 = 1,2 km y en el telescopio con un aumento de *1000* veces, la parte ampliada medirá *120 metros* de anchura. De aquí se deduce, que en la Luna unas construcciones tan grandes como nuestros polígonos industriales o barcos transatlánticos, pueden verse en el telescopio[2].
La regla de una minuta máxima tiene gran significación para nuestras observaciones cotidianas. Con la magnitud de esta propiedad de nuestra vista cualquier objeto, alejado más de *3.400 (*es *57 ´ 60)* veces su diámetro, dejamos de distinguir sus contornos y se confunden en un punto. Por eso, no tiene ningún sentido, cuando alguien esta diciendo, que le ha reconocido a una persona a la distancia en cuatro kilómetros, a menos que cuente con una vista fenomenal, por supuesto. Por otra parte, entre los ojos de una persona hay solo *6 centímetros (3 para cada ojo),* entonces ambos se unen en un punto a una distancia de

3 ´ 3.400 centímetros, es decir *100 metros.*

Los artilleros utilizan estos datos para la distancia del ojo desnudo. Una de sus reglas es que si los ojos de una persona que está lejos, aparecen como dos puntos, entonces la distancia entre ellos no supera a los *100 pasos (60 – 70 metros).* Nosotros hemos calculado una distancia mayor, *100 metros:* Esto quiere decir, que los militares tienen la agudeza visual bajo lo normal en *30%.*

Problema
¿Podrá una persona con vista normal, distinguir al jinete a una distancia de *10 kilómetros,* usando el prismático, ampliado en tres veces?

Solución
La altura del jinete es *2,2 metros.* Su figura convierte en un punto a una distancia de

2,2 ´ 3.400 = 7 kilómetros;

[2] Con la condición de absoluta transparencia y de homogeneidad similar a nuestra atmósfera. En realidad, el aire no es transparente y tampoco es homogéneo; por eso con las grandes ampliaciones la imagen observada se aparece cubierta de bruma y desfigurada. Esto es el limite de la utilización de las fuertes ampliaciones y impulsa a los astrónomos a construir los observatorios arriba en las montañas, donde el aire más limpio.

El prismático amplía al triple, entonces resulta una distancia de *21 kilómetros.* Por lo tanto, distinguir con el prismático a una distancia sobre *10 kilómetros* es posible (sí aire esta bastante limpio).
Volver
* * *

11. La Luna y las estrellas sobre el horizonte.

Hasta un distraído observador los sabe; que la Luna llena, estado bajo el horizonte, tiene el tamaño más grande, que cuando esta más arriba en el cielo. La diferencia es tan grande, que es difícil de no notar. Lo mismo pasa con el Sol; sabemos como es grande el disco a la puesta del Sol o a la salida del Sol comparando su tamaño arriba en el cielo, cuando brilla entre las nubes.
Para las estrellas esta propiedad se hace notoria porque la distancia entre ellas aumenta, cuando ellas se acercan al horizonte. Quien ha visto en invierno la constelación Orión arriba en el cielo y abajo cerca del horizonte, se sorprende por la gran diferencia de los tamaños de la constelación en ambas posiciones.
Todo esto es más misterioso aún, cuando estamos observando los astros a la puesta y a la salida, ellos no están más cerca, si no más lejos (a lo largo del eje de Tierra), como podemos ver en la Figura 73: En el cenit nosotros observamos los astros desde el punto *A,* y bajo el horizonte, desde los puntos *B* o *C.* ¿Por qué la Luna, el sol y las constelaciones se amplían bajo el horizonte?

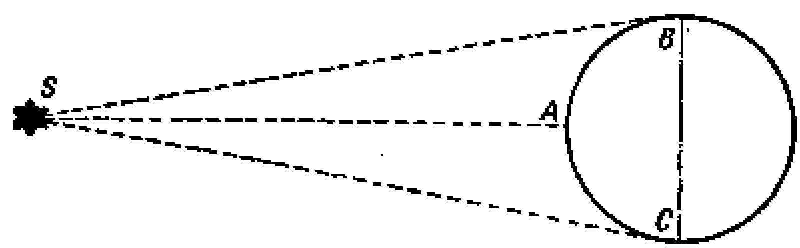

Figura 73. ¿Por qué el Sol, estado en el horizonte, parece más lejos desde el observador, que estando en el cenit?

"Por que no es cierto", podemos contestar así. Es una ilusión óptica. Con la ayuda del transportador de rastrillo o con otro tipo de aparatos podemos asegurarnos que el disco de la Luna lo vemos en ambos casos bajo del mismo ángulo visual[3] equivalente a la mitad de un grado. Utilizando el mismo aparato o la "báscula de Yakov", podemos ver, que las distancias angulares entre las estrellas no cambian, en cualquier lugar donde se encuentren las constelaciones: en el cenit o bajo el horizonte. Entonces la ampliación es una ilusión óptica.
¿Cómo podemos explicar tal ilusión óptica? La respuesta indiscutible todavía no lo tenemos; La ciencia no ha encontrado la respuesta, aunque busca la solución hace 2.000 años. La ilusión esta relacionada con que el cielo se representa no como la semiesfera (de punto de vista geométrico), sino como segmento del globo, la altura del cual es 2 a 3 veces menor que el radio de su base. Es por que, con la postura habitual de la cabeza y de los ojos, las distancias sobre la horizontal y cercanas las valoramos como más significativas que las verticales: En sentido horizontal observamos el objeto con "mirada recta", y en cualquier otro sentido, con los ojos subidos o bajados. Si observamos la Luna estando tumbados de espaldas, entonces, al contrario, parecerá más grande, cuando está en cenit, que bajo el

[3] Las mediciones hechas con los instrumentos de precisión, dicen, que el diámetro observado de la Luna es menor, aunque esta cerca del horizonte, por consecuencia de que refracción de la luz hace que se "aplaste" el disco.

horizonte[4]. Delante de los psicólogos y los fisiólogos existe todavía problema de explicar *por qué* el tamaño visual del objeto depende de la orientación nuestros ojos.

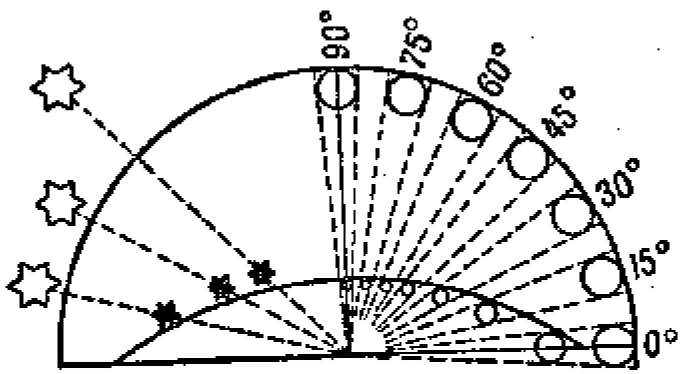

Figura 74. Influencia del cielo aplastado sobre los tamaños aparentes de los astros.

La compresión aparente del cielo sobre el tamaño de los astros en distintas partes, se grafica claramente en la Figura 74. En el cielo el disco de la Luna siempre se ve bajo un ángulo de medio grado, estado bajo el horizonte (en la altura de *0°*), o sobre el cenit (en la altura de *90°*).
Pero nuestro ojo no siempre sitúa el disco a una misma distancia: La Luna en el cenit se encuentra a la menor distancia de nosotros, que bajo el horizonte, y por eso su tamaño se ve inadecuado. En la parte izquierda del mismo dibujo se ve, como las distancias entre estrellas aparecen estirados acercándose al horizonte: Los mismos trayectos angulares entre ellas parecen, entonces, inadecuados.
Desde otro punto de vista. ¿mirando atentamente al disco de Luna bajo el horizonte, han notado algún nuevo rasgo, que no hayan podido ver en el disco estado en cenit? No, verdad. ¿Pero enfrente a un disco ampliado, entonces, por qué no se ven nuevos detalles? Por que aquí no se *amplió el ángulo visual,* bajo de cual se presenta el objeto. Solamente ampliación de este ángulo permite distinguir los nuevos detalles; cualquiera otra "ampliación" es simplemente ilusión óptica, y para nosotros es absolutamente inútil[5].
Volver

12. Cual es la longitud de la sombra lunar y de la sombra de estratóstato.
He encontrado otra aplicación inesperada para ángulo visual, en el cálculo de longitud de la sombra, dejada por otros cuerpos del espacio.
La Luna, por ejemplo, deja en el espacio un cono de sombra, el que acompaña a ella en todas partes.
¿Qué destino toma esta sombra?
Para hacer este calculo, siguiendo a semejanza de los triángulos, no es necesario hacer la proporción, donde son componentes, los diámetros del Sol y de la Luna, y también la distancia entre el Sol y la Luna.
El calculo lo podemos hacer más simple. Imaginaremos, que nuestro ojo está situado en el mismo punto, donde se termina el cono de la Luna, en el vértice del cono, y nosotros vemos desde allí a la Luna. ¿Que ven? El circulo negro tapando el Sol. El ángulo visual, bajo el que

[4] En las ediciones anteriores de "Geometría recreativa" Y. I. Perelman explicaba la ampliación aparente de la Luna bajo el horizonte: "que bajo el horizonte vemos a ella *junto* con otros objetos lejos, pero arriba en el cielo vemos la Luna única. Sin embargo la misma ilusión se observa bajo el horizonte del mar abierto, entonces, las explicaciones anteriores planteadas sobre el efecto se consideran poco satisfactorias.
[5] Los detalles se ven en el libro del mismo autor "Física recreativa", libro segundo.

vemos el disco de la Luna (o del Sol), sabemos es demasiado grande. Pero nosotros, ya conocemos que el objeto visible bajo un ángulo de medio grado, se aleja desde el observador hasta *2 ´ 57 = 114* veces su diámetro. Entonces, el vértice del cono de la sombra lunar está desde la Luna a *114* diámetros lunares. Por lo tanto, la longitud de la somb ra lunar es

3.500 ´ 114 » 400.000 kilómetros.

Esta es la mayor distancia entre la Tierra y la Luna; por eso aparecen los eclipses solares totales (para los sitios de la tierra que entran en esta sombra).
No es difícil de calcular la longitud de la sombra de la Tierra en el espacio: Ella es tantas veces mayor que la sombra lunar, en tantas veces como el diámetro de la Tierra supera el diámetro de la Luna, es decir, aproximadamente, en cuatro veces.
El mismo modo se utiliza para calcular las longitudes de las sombras espaciales para objetos más pequeños. Encontraremos, por ejemplo, que el cono de sombra, dejado por el estratóstato «COAX – 1» en el instante cuando toma la forma de un globo. Como el diámetro del globo es *36 metros,* entonces, la longitud de su sombra (el ángulo sobre el vértice del cono es de medio grado)

36 × 114 = 4.100 metros,

mas o menos *4 kilómetros.*
En todos casos examinados hablamos, por supuesto, sobre la *longitud* de la sombra total, pero no de la media sombra.
Volver

13. ¿En que altura están las nubes?
Recuerden, cómo se han sorprendido con un largo camino blanco, cuando lo vieron por primera vez, arriba en el cielo azul. Ahora, por supuesto, sabemos que se trata de una cinta nubosa que es un “autógrafo” dejado por un avión en el espacio.
En el aire frío, húmedo y lleno de partículas de polvo fácilmente aparece la niebla.
Un avión volando, va dejando en el aire las pequeñas partículas, son productos del motor en marcha, y estas partículas son aquellos puntos, entre cuales hay vapor condensado que aparece como una nube.
Si encontraremos la altura de la nube, antes que desaparezca, podemos saber a que altura vuela el avión.

Problema
¿Cómo encontrar la altura de la nube sobre la Tierra, además si, ella esta por encima de nuestra cabeza?

Solución
Para reconocer muy altas distancias es muy útil un aparato fotográfico, un instrumento bastante complicado, pero le gusta mucho a los jóvenes.
Para este caso necesitamos dos aparatos con las mismas distancias focales. (Las distancias focales están marcadas en el objetivo.)
Los dos aparatos se colocan a las mismas alturas. En el campo se usan trípodes, en la ciudad, miradores. La distancia entre las elevaciones tiene que ser de tal modo que un observador pueda ver al otro directamente o con los prismáticos.

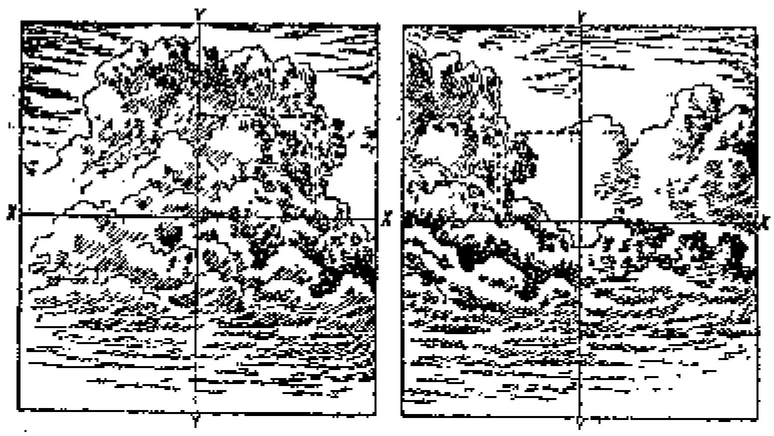

Figura 75. Las dos imágenes de la nube

Esta distancia se mide o se busca sobre el plano territorial. Los aparatos montan de manera que sus ejes ópticos sean paralelos (por ejemplo mirando al cenit).
Cuando el objeto aparece en el campo visual del objetivo, un observador da una señal al otro, por ejemplo, con un pañuelo y ambos fotógrafos hacen imágenes de manera inmediata.
En las fotos, cuales por su tamaño deben de ser iguales a las placas fotográficas, se dibujan las rectas *YY* y *XX,* uniendo los centros de los bordes opuestos de las imágenes (Figura 75).
Después se marcan en ambas imágenes el mismo punto de nube y se calcula su distancia (en *milímetros*) desde las rectas *YY* y *XX.* Estas distancias señalan con las letras correspondientes x_1, y_1 para una imagen y x_2, y_2 para la otra.
Si los puntos marcados aparecen en la imagen sobre lados distintos de la recta *YY* (como en la Figura 75), entonces, la altura de la nube *H* se calcula con la formula

$$H = b\frac{F}{x_1 + x_2}$$

donde *b* = la longitud de la base (en *metros*),
F = la distancia focal (en *milímetros*).

Si los puntos marcados aparecen en el mismo lado de la recta *YY,* entonces, la altura se calcula con la formula

$$H = b\frac{F}{x_1 - x_2}$$

Que no depende de las distancias y_1 e y_2 , pues ellas no son necesarias para calcular *H*, pero, comprobándolas entre ellas, podemos ver exactitud del cálculo.
Si las placas estaban colocadas simétricas dentro el casete, entonces y_1 sea igual al y_2 .
Sea bien, por ejemplo, las distancias desde las rectas *YY* y *XX* hasta el punto marcado de la nube *sobre* la foto son siguientes:

x = 32 mm, y = 29 mm,
x = 23 mm, y = 25 mm.

Las distancias focales de los objetivos *F = 135 mm* y la distancia entre los aparatos[6] (base) *b = 937 m.*
Las fotos enseñan, que para encontrar la altura de la nube necesitamos usar la formula

$$H = b\frac{F}{x_1 + x_2}$$

$$H = 937m \times \frac{135}{32 + 23} = 2.300 \text{ metros} = 2{,}3 \text{ kilómetros}$$

Si desean deducir la fórmula para buscar la altura de las nubes, pueden utilizar el esquema, de la Figura 76.
La Figura 76 se debe imaginar en el espacio (la imaginación espacial se produce del aprendizaje de una parte de la geometría, que se llama estereometría).

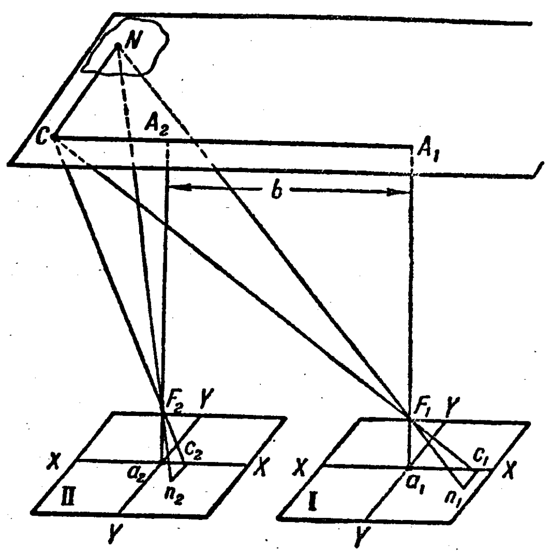

Figura 76. Esquema de la imagen del punto de la nube sobre placas de ambos aparatos, apuntados al cenit.

Las figuras I y II, la imagen de las placas fotográficas; F_1 y F_2, los centros ópticos de los objetivos; *N* es el punto observado de la nube; n_1 y n_2 es la representación del punto *N* sobre las placas fotográficas; $a_1 A_1$ y $a_2 A_2$, las perpendiculares, trazadas desde el centro de cada una placa fotográfica hasta el nivel de la nube; $A_1 A_2 = a_1 a_2 = b$, el tamaño de la base. Siguiendo desde el centro óptico F_1 hacia arriba hasta el punto A_1 , luego desde el punto A_1 a lo largo de la base hasta un apunto *C,* el que será el vértice del ángulo recto $A_1 C N$ y, por fin, desde el punto *C* hasta el punto *N,* entonces, los segmentos $F_1 A_1$, $A_1 C_1$ y *CN* en el aparato corresponden a los segmentos $F_1 a_1 = F$ (la distancia focal), $a_1 c_1 = x_1$ y $c_1 n_1 = y_1$.
La teoría es análoga para el otro aparato.
Por la semejanza de los triángulos se deducen las proporciones

[6] Conocido por experiencia, descrita en el libro de N. F. Platonov “Aplicación de análisis matemático para solución de las tareas prácticas”. En él articulo “altura de las nubes” N. F. Platonov saca la conclusión que la formula para el calculo de *H* , describe otros posibles montajes de los aparatos para fotografiar la nube y da un par de consejos prácticos.

$$\frac{A_1C}{x_1}=\frac{A_1F_1}{F}=\frac{C_1F_1}{F_1c}=\frac{CN}{y_1}$$
$$\frac{A_2C}{x_2}=\frac{A_2F_2}{F}=\frac{C_2F_2}{F_2c}=\frac{CN}{y_2}$$

Comprobando estas proporciones y teniendo en cuenta la cierta igualdad de $A_2 F_2 = A_1 F_1$, en primer lugar encontraremos, que $y_1 = y_2$ (es un indicio de la imagen es correcta), también que

$$\frac{A_1C}{x_1}=\frac{A_2C}{x_2}$$

Pero sobre el dibujo lineal $A_2 C = A_1 C - b_1$ aquí se deduce,

$$\frac{A_1C}{x_1}=\frac{A_1C-b}{x_2}$$

donde

$$A_1C=b\frac{x_1}{x_1+x_2}$$

y, por fin,

$$A_1F_1\approx H=b\frac{F}{x_1-x_2}$$

Si, n_1 y n_2, imagen en las placas del punto *N*, aparecieron por distintos lados de la recata *YY*, eso significa, que el punto *C* esta entre los puntos A_1 y A_2 y después $A_2 C = b - A_1 C_1$ y la altura buscada

$$H=b\frac{F}{x_1+x_2}$$

Estas fórmulas corresponden al caso cuando los ejes ópticos de los aparatos apuntan al cenit. Si la nube esta lejos del cenit y no se entra en el campo visual, entonces, podemos colocar los aparatos en otra posición (manteniendo paralelismo de los ejes ópticos), por ejemplo, indicar horizontalmente, además perpendicularmente a la base o a lo largo de ella. Para cualquier posición necesita antes construir el dibujo lineal y deducir unas formulas para determinación la altura de la nube.

En el mediodía aparecen en el cielo las nubes estratos de color blanco. Necesita encontrar sus alturas dos a tres veces a través de un período del tiempo. Si resulta que las nubes han bajado, es la señal que durante unas horas va llover.
Podrán hacer unas fotos del aeróstato volando o del estratóstato y luego miden sus alturas.
Volver

14. La altura de una torre en la foto.

Problema
Con la ayuda del aparato fotográfico podemos encontrar no solamente la altura de las nubes o de avión, sino la altura de una construcción terrestre: de una torre, de una antena, de mástil y etc.
En la figura 77 una foto del motor eólico, construido en Crimea cerca de Balaklava. La base de la torre es cuadrada, donde la longitud de un lado, suponemos, que ya lo sabemos después de una medición, *6 metros*

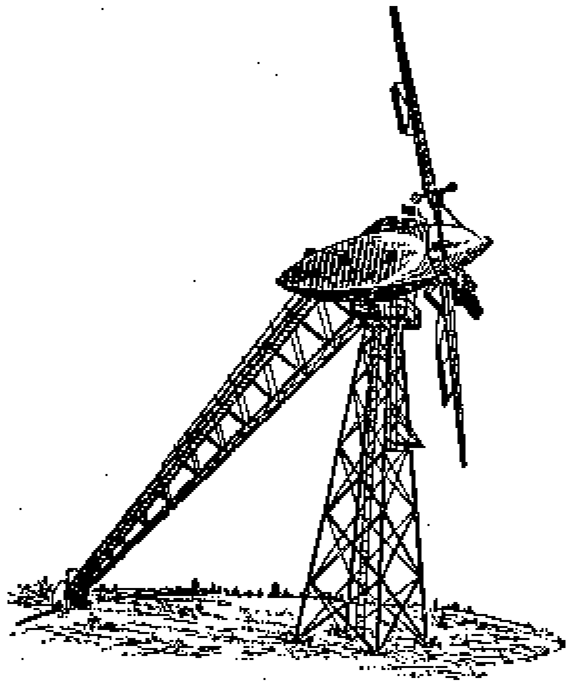

Figura 77. Motor eólico en la Crimea

Se necesita realizar unas mediciones sobre la imagen y encontrar la altura *h* de la instalación.

Solución
La foto de la torre y su dibujo son geométricamente semejantes. Por lo tanto, en la imagen, la altura es mayor que la diagonal de la base, en tantas veces la altura de torre original es mayor a una diagonal de su base.
Las mediciones de la imagen: la longitud diagonal menos alterada de la base es *23 mm,* la altura de toda instalación es *71 mm.*
La que longitud de un lado de la base del cuadrado es *6 m,* entonces diagonal de la base es

$$diagonal = \sqrt{6^2 + 6^2} = 8{,}48m$$

De aquí se deduce

$$\frac{71}{23} = \frac{h}{8{,}48}$$

h= 26,17 metros

Evidentemente, no vale cualquier imagen, solamente, donde las proporciones no son alteradas, como pasa con los fotógrafos sin experiencia.
Volver

15. Para los ejercicios independientes.
Ahora los lectores puedan utilizar todos sus conocimientos de este libro para resolver un par de las siguientes tareas:

- Una persona con estatura mediana (*1,7 metros*) vista desde lejos bajo un ángulo de *12'.* Encontrar la distancia gaste ella.
- Un jinete (*2,2 metros*) es visto desde lejos bajo un ángulo de *9'.* Encontrar la distancia hasta él.
- El poste telegráfico (*8 metros*) es visto bajo un ángulo de *22'.* Encontrar la distancia hasta él.
- Un faro de *42 metros* de altura se ve desde un barco bajo un ángulo de *1° 10'* ¿Cuál es la distancia entre el barco y el faro?
- Planeta Tierra se ve desde la Luna bajo de *1° 54'.* Encontrar la distancia entre la Luna y la Tierra.
- Sobre una distancia de *2 kilómetros* se ve un edificio bajo un ángulo de *12'.* Encontrar la altura del edificio.
- La Luna se ve desde la Tierra bajo un ángulo de *30'.* Sabiendo la distancia hasta la Luna (380.000 kilómetros), encontrar su diámetro.
- ¿Cuán grandes deben de ser las letras en la pizarra para que los alumnos las puedan ver tan claro, como las letras de sus libros (*25 centímetros* de los ojos)? La distancia entre los pupitres y la pizarra es de *5 metros.*
- El microscopio amplía *5* veces. ¿Podemos ver las células de la sangre humana, si sus diámetros son de *0,007 milímetros?*
- ¿Si en la Luna hubiera gente como nosotros, entonces, qué ampliación necesita un telescopio, para verlos desde la Tierra?
- ¿Cuántas “milésimas” hay en un grado?
- ¿Cuántos grados hay en una “milésima” (o milésimo)?
- El avión, volando perpendicularmente sobre la línea de observación, en un lapso de *10 segundos* recorre la distancia vista bajo un ángulo de *300 “milésimas”.* Encontrar la velocidad del avión, si alejamiento es de *2 000 metros.*

Volver