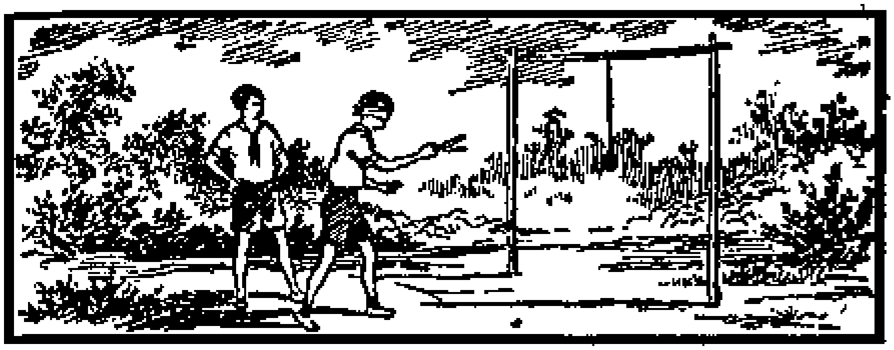
GEOMETRÍA RECREATIVA
SEGUNDA PARTE
ENTRE PASO Y BROMA EN GEOMETRÍA.



El sentido de matemática es tan serio, que es aconsejable no perder la oportunidad de divertirse.
Pascal

CAPITULO OCTAVO
GEOMETRÍA A CIEGAS

Contenido:

1. En el fondo de una bodega
Saliendo de una atmósfera de aire libre y de ma r, imaginaremos de repente que estamos en una bodega oscura de un barco viejo, donde un joven protagonista de la novela de Mayn – Rid con éxito seleccionó un problema matemático dentro de unas circunstancias muy incómodas. En la novela "El chico navegado”, Mayn – Rid habla de un joven admirador de aventuras marítimas (figura 107), sin tener los medios para pagar el viaje, entró a una bodega de un barco y ahí permaneció encerrado por todo el viaje. Buscando entre maletas él encontró una caja con galletas y un tonel con agua. El chico se dio cuenta, que con esta provisión de agua y comida tenía que ser ahorrativo, y por eso tomó la decisión de dividir por porciones para cada día.
Contar las galletas fue tan difícil, ¿Pero cómo calcular las porciones de agua sin saber su cantidad total? Esto era un problema para nuestro protagonista. Vamos a ver, como la ha solucionado.

Volver

2. Medir a un tonel

"Yo necesitaba saber las porciones diarias de agua. Para esto necesitaba encontrar la cantidad de agua en total, y luego dividir por porciones.
Por la suerte, en la escuela he aprendido los primeros conocimientos de geometría: tenia idea de qué es un cubo, pirámide, cilindro, esfera; Sabía también, que un tonel se ve como dos troncos de conos colocados por sus bases.
Para saber el volumen de mi tonel, necesitaba saber su altura (o la mitad de esta altura), después la circunferencia de uno de sus fondos y la circunferencia de la sección mediana, es decir, la parte más ancha del tonel. Sabiendo estos dos datos, yo puedo encontrar el volumen del tonel.
Encontrar esas cantidades fue complejo para mí.
¿Cómo hacer esta medición?
Encontrar la altura no sería tan difícil, ella estaba delante de mí; pero las circunferencias era más complicado pues yo no podía acercarme a ellas. Era muy pequeño para llegar arriba; además, molestaban las cajas por todas partes.
Existió otra complicación: no tenía escala ni regla, que pudiera utilizar para las mediciones; ¿Cómo puedo encontrar las cantidades sin tener ninguna medida? Pero tomé la decisión de no rechazar el plan, hasta que no encuentre la respuesta.''

Volver

3. La regla graduada (La tarea de Mayn – Rid)

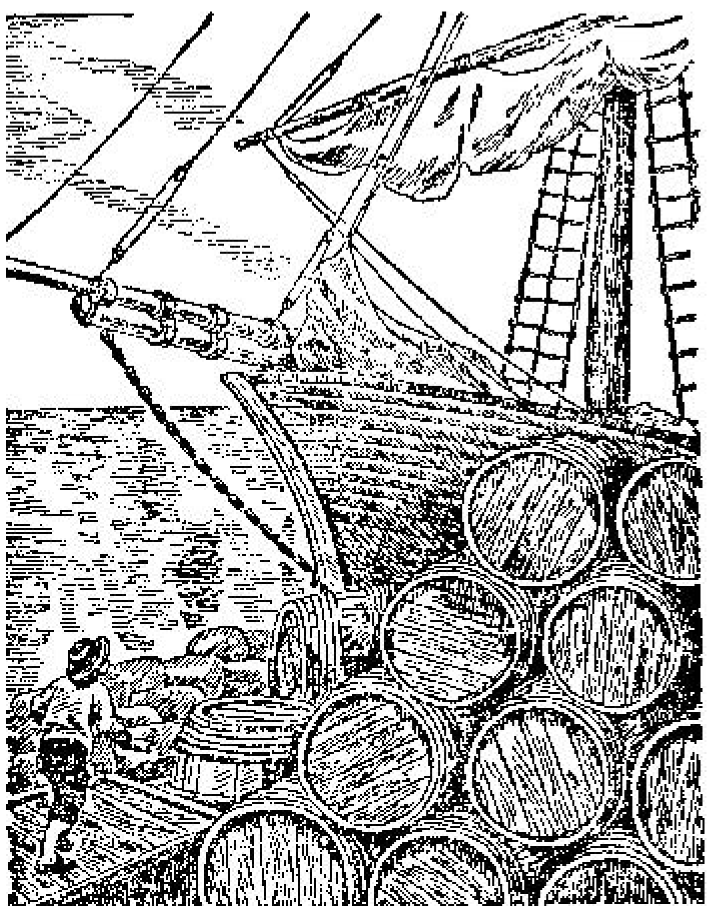


Figura 107. El joven aventurero de la novela de Mayn – Rid.

Pensando en el tonel, con la decisión que tuvo, de repente descubrió lo que le faltaba. Me ayudaría una varilla tan larga, que pudiera pasar a través del tonel en su sitio más ancho. Si meto la varilla en tonel hasta el otro lado, voy a saber su diámetro. Me queda solo triplicar la longitud de varilla, para saber longitud de circunferencia. No es exactamente justo, pero es lo que suficiente para el uso corriente. Y como el agujero, el que lo hice antes, estaba en el sitio más ancho del tonel, entonces, pasando la varilla, tengo aquel diámetro, que necesito. ¿Pero donde yo encuentro una varilla? Bueno. Decidió aprovechar la tabla de una caja, y ahora mismo empezó el trabajo. La verdad, es que la tabla tenia *60 cm* de longitud, el tonel mas que el doble de ancho. Pero esto no ha sido un problema, necesitaba preparar y unir tres palitos, para tener varilla con el suficiente largo.
Cortando la tabla por lo largo de las fibras, preparé tres palitos lisos. ¿Cómo unir? Aproveché los cordones de mis zapatos, los que tenían longitud casi de un metro. Atando los palitos, tuve una tablilla de un metro y medio.
En el comienzo de la medición, encontré otra dificultad. No era fácil pasar la varilla, había muy poco sitio y tampoco pude doblarla.
Rápidamente he encontrado la solución: la desmonté en sus partes, he medido la parte primera, luego atando la siguiente, pasé la otra; empujando la segunda parte, le até la tercera.
He indicado mi varilla así, cuando ella toca lado inverso, enfrente del agujero y lo hice una marca justo de cara del tonel. Restando anchura de las paredes, obtuve la cantidad que necesitaba.
Saqué la varilla de la misma manera, aplicadamente notando aquellos sitios, donde las partes habían sido unidas, para poder construirla otra vez del mismo largo afuera. Un pequeño error y podría tener un resultado equivocado.
De suerte, he podido tener el diámetro tronco de cono inferior. Ahora tenia que encontrar el diámetro del fondo del tonel, igual a la base de arriba. Puse la varilla encima del tonel, toque el borde opuesto y marqué la cantidad del diámetro. Esta operación no necesitaba nada mas que un minuto.
Me quedaba solamente encontrar la altura del tonel. Deberá, digan Uds., fijarlo el palito verticalmente justo al tonel y marcarlo altura. Pero dentro había muy oscuro y fijando la varilla verticalmente, no pude verlo hasta que sitio llegaba. Tenia que actuar a ciegas. Necesitaba con el tacto encontrar el fondo del tonel y aquel sitio de la varilla. Además, la varilla moviéndose se inclinaba, y podría tener un resultado erróneo.
Pensando bien, encontré como superar esta dificultad. Até solamente dos palitos, el tercero lo puse en el fondo de arriba del tonel pasando por su borde en *80 – 40 cm;* Luego fijé el largo de palito, formando un ángulo recto y, por lo tanto era paralelo a altura del tonel. Haciendo la marca en aquel sitio de tonel, sobresalido, es decir, por el medio y restando anchura del fondo, encontré la mitad de la altura del tonel, o lo que es lo mismo, la altura de un cono truncado.
Ahora tenía todos los datos necesarios para resolver la tarea.''
Volver

4. Lo que necesitaba cumplir

Convertir el volumen del tonel en unidades cúbicas y después convertirlo en galones haciendo un calculo aritmético, era fácil de cumplir. La verdad, es que para cálculos no tenía modo de escribir, pero era inútil, yo estaba en total oscuridad. A menudo tenia que hacer operaciones aritméticas de memoria, sin lápiz y papel. Las próximas operaciones las tendré que hacer no con cantidades muy grandes.
Pero ha aparecido otra dificultad, he tenido tres datos: altura del cono truncado; ¿Pero cual es la cantidad numérica de estos datos? Era necesario, antes de calcular, traducir los valores en los números.

En el principio me ha parecido imposible de lograr, ya que no tenía ningún instrumento de medidas. Pero recuerdo que en esta época yo he medido mi estatura; era equivalente a cuatro pies. ¿Cómo podré aprovechar este dato? Muy fácil: he podido marcar cuatro pies en mi varilla y utilizar básicamente para los cálculos. Para marcar mi estatura, me tumbé en el suelo, y luego he puesto la varilla encima de mí, cuando uno de los extremos tocó el pie y otro mi frente. Con una mano sujete la varilla, con otra marque el sitio enfrente de mi cabeza.
Mas adelante, otras nuevas dificultades. La varilla, equivalente a los cuatro pies, será inútil para hacer mediciones, si no tiene las divisiones marcadas. Parece, que no es tan difícil dividir *4 pies* en 48 partes (pulgadas) y marcar la regla. En teoría es fácil; pero en la practica, además, actuando a ciegas, fue muy complicado.
¿Cómo encontrar la mitad de *4 pies*? ¿Cómo dividir cada mitad de varilla otra vez a la mitad, y luego cada uno de los pies en *12* pulgadas, equivalente uno a otro?
Empecé preparando un palillo un poco mas de *2 pies*. Comparando él con la varilla, donde estaban marcados lo *4 pies,* vi, que doblé la longitud del palillo un poco mas de *4 pies.* Cortando el palillo, he repetido la operación otra y otra vez, hasta que la longitud del palillo ha sido equivalente a *4 pies.*
He perdido mucho tiempo. Pero estuve muy contento, por que pude gastarlo útilmente. Además, me di cuenta, que pude abreviar el trabajo, cambiar el palillo por el cordón, el que ha sido fácil de doblar. Por eso aproveche mis cordones de zapatos. Atando con un fuerte nudo, comencé el trabajo, poco tiempo después pude cortar un trozo de *1 pie.* Hasta ahora tenia que doblar, era fácil. Luego doblar el triple, ha sido mas complicado. Pero lo logré, y poco después tuve tres trozos de cuatro pulgadas cada uno. Quedaba doblarlo, y otra vez doblarlo, para tener un trozo de *1 pulgada.*
Ahora he tenido todo, me faltaba marcar sobre la varilla las divisiones; aplicadamente poniendo trozos de mi medida, hice *48* marcas, significado de pulgadas. Al final he tenido mi propia regla con las divisiones, con ayuda de cual pude medir las longitudes encontradas por mí. Solamente ahora pude terminar la tarea, significada mucho para mí.
Inmediatamente empecé hacer los cálculos. Promediando ambos diámetros, utilicé la mitad de sus longitudes, encontré la superficie, correspondiente a este diámetro. Así encontré la cantidad de base del cilindro, equivalente al doble cono de misma altura. Multiplicando resultado por altura, encontré unidad cúbica del volumen buscado.
Dividiendo el numero de las pulgadas cúbicas en *69* (cantidad de pulgadas cúbicas en una cuarta), sabia, cuantas cuartas tenía mi tonel.
El contenido del tonel ha sido mas de cien galones, - *108* exactamente.''
Volver

5. Comprobación del calculo
El lector competente en geometría, sin duda, anota, que el modo del calculo de los dos conos truncados, utilizando por nuestro protagonista, no es muy cierto. Si, (figura 108) señalamos el radio de los fondos menores a través por *r*, el radio de mayor por *R,* la altura del tonel, es decir, doble altura de cada cono truncado, por *h,* entonces, el volumen, encontrado por el chico, se traduce en una fórmula

$$\pi\left(\frac{R+r}{2}\right)^2 \times h = \frac{\pi \times h}{4}\left(R^2 + r^2 + 2Rr\right)$$

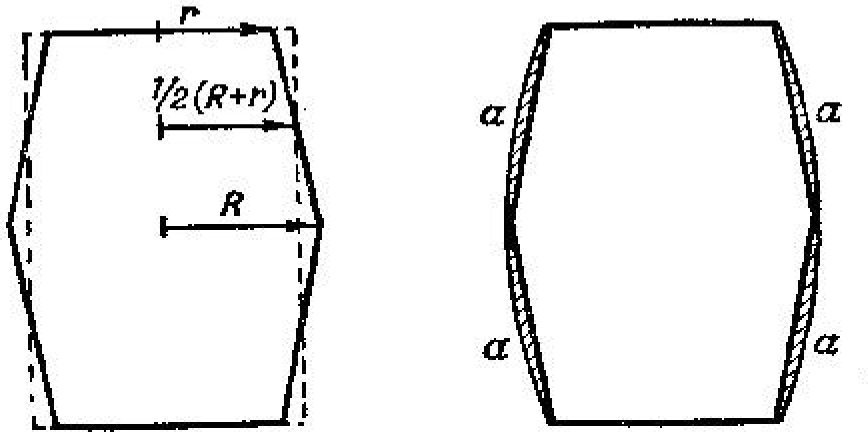


Figura 108. Comprobación del calculo.

Además, siguiendo a las reglas geométricas, es decir, utilizando la fórmula del volumen del cono truncado, obtendremos la expresión

$$\frac{\pi \times h}{3}\left(R^2 + r^2 + Rr\right)$$

Ambas expresiones no son idénticas, y es fácil de asegurarse, la segunda es mayor de la primera en

$$\frac{\pi \times h}{12}(R - r)^2$$

Quienes conozcan el álgebra, ven, que la diferencia $\frac{\pi \times h}{12}(R - r)^2$ es de valor positivo, es decir, el modo del chico dio con el resultado por defecto**.**

Es interesante saber cuánto vale esta disminución. Los toneles, habitualmente se construyen así: la mayor anchura supera el diámetro del fondo en *1/5* de él, es decir,

$$R = r + \frac{R}{5}$$

Sabiendo, que el tonel ha sido fabricado de la misma forma, podemos encontrar la diferencia entre la cantidad obtenida y la verdadera del volumen de los conos truncados:

$$\frac{\pi h}{12} \times (R - r)^2 = \frac{\pi h}{12}\left(\frac{R}{5}\right)^2 = \frac{\pi h R^2}{300}$$

es decir, aproximadamente $\frac{hR^2}{100}$ (si p *=3*). El error es equivalente, como vemos, al volumen del cilindro, donde el radio del fondo es igual al radio de la circunferencia central del tonel y la altura, la tricentésima parte de su altura.

Sin embargo, en este caso es deseable tener una no muy gran exageración del resultado, porque el volumen del tonel es mayor del volumen de dos conos truncados inscritos en él. Es evidente, viendo la figura 108 (a la derecha), donde se nota, sobre el modo de medir el tonel, se quitara la parte de su volumen, marcado por letras *a, a, a, a.*

El joven matemático no adivinaba la formula para encontrar el volumen del tonel; la fórmula la podemos encontrar en algunos manuales de geometría principal como un modo más cómodo, para obtener resultados aproximadamente. Tengan en cuenta que medir el volumen de un tonel es una tarea bastante complicada. Sobre ella trabajo Kepler ha dejando una obra matemática. Una solución geométrica más fácil y exacta todavía no ha sido encontrada hasta hoy: solamente existen los modos prácticos con más o menos aproximación. En el sur de Francia, por ejemplo, utilizan la fórmula empírica

$$\text{Volumen del tonel} = 3{,}2 \times h \times R \times r$$

Es curioso: ¿Por qué los toneles tienen una forma tan incomoda para medir, un cilindro con lados convexos? ¿No es más fácil de hacer toneles de forma cilíndrica? Los mismos se hacen, pero no de madera, sino de metal (para el petróleo, por ejemplo).
Ahora tenemos el siguiente

Problema
¿Por qué construyen los toneles con lados convexos? ¿Cuál es la ventaja de esta forma?

Solución
La utilidad es siguiente: poniendo los anillos (zunchos) a los toneles, podrá ponerlo ellos apretadamente y fuertemente de una manera muy simple: acercándose a la parte más ancha del tonel. Luego se aprieta con tornillos, dando al tonel la solidez suficiente.
Por la misma razón a los cubos (baldes) de madera se le dan forma no de cilindro, sino de cono truncado: Aquí también lo rodean fuertemente con anillos y los acercan al sitio mas ancho (figura 109).

Figura 109. Acercando los zunchos a la parte más ancha del tonel se consigue rodearlo fuertemente

Aquí es útil de conocer la opinión sobre este tema de parte de Kepler. Durante el tiempo de descubrimiento de la segunda y tercera Ley de Movimientos de los planetas, el gran matemático trabajaba sobre el tema de los toneles y, además, dejó un articulo matemático. Así comienza su obra "Estereometría de los toneles":

"Bajo de exigencia de material, la construcción y utilización de los toneles de vino tienen forma esférica, familiar a cónica y cilíndrica. Un liquido estando mucho tiempo dentro de un cacharro metálico, se estropea por culpa de la herrumbre: de cristal o de arcilla son frágiles y no suficiente de tamaño; de piedra, por culpa de peso no son útiles, entonces, queda guardar el vino dentro de toneles de madera. De un solo tronco no es posible preparar un cacharro bastante espacioso, y en la suficiente cantidad, además, puede henderse. Por eso los toneles tienen que ser construidos con trozos unidos de madera. No es posible de evitar a pasar el liquido por rendijas de ningún material, menos rodeando fuertemente con anillos... Si fuera posible preparar con tablillas una esfera, entonces, esta forma era más deseable. Pues, como no es posible de apretar las tablillas de esta manera, entonces, el cilindro es la única forma más útil. Tampoco la forma puede ser totalmente cilíndrica; ataduras en mismo momento eran inútiles, y no podrían ser atadas mas fuerte, si el tonel no tuviera forma cónica, un poco estrechándose por ambas partes de su barriga. Esta forma es muy cómoda para el balance, para transportar, formada por dos partes semejantes unidas por sus fundamentos, es mas valida y ventajosamente."[1]

[1] No tenemos que pensar, que la obra de Kepler es una cachivache, diversión para el genio. No, es obra bastante seria, donde por primera vez la geometría habla sobre infinitesimales y el comienzo del calculo integral. Tonel de

Volver

6. Un viaje nocturno de Mark Twain.
La ingeniosidad de aquel chico dentro de unas circunstancias no muy agradable es impresionante. Dentro de la total oscuridad, la mayoría de gente no podrían orientarse, ni hablar de ningún tipo de mediciones y cálculos. La novela de Mayn – Rid es útil de comparar con una historia cómica sobre un viaje confuso dentro de una habitación del hotel, aventura, que ha podido pasar con el conocido humorista el Mark Twain. En este relato esta muy bien descrito como es difícil tener el modo de imaginar la situación de los muebles en una habitación, la que era poco conocida. Mas adelante voy a presentar brevemente un episodio divertido del "Viaje al extranjero" de Mark Twain.
"Me desperté y sentí sed. Tuve una idea estupenda, ponerme la ropa, salir al jardín y refrescarse, lavándome en una fuente.
Me levanté y estuve intentando buscar la ropa. Encontré un calcetín. Sin tener ni idea donde estaba el otro. Con mucho cuidado me baje al suelo, empecé a buscar, pero sin éxito. Sigo buscando mas y más y en vez de encontrar el calcetín me choqué con un mueble. Cuando me acosté, alrededor vi pocos muebles, ahora me parece que habitación esta llena de muebles, además, las sillas en todas partes. ¿Posiblemente dos familias mas ocuparon la misma habitación? Ni vi ni una de las sillas, pero siempre mi cabeza chocaba contra ellas. Al final he decidido que puedo vivir con solo un calcetín. Me fui a la puerta, pero de repente veo mi reflejo pálido en espejo.
Evidentemente me he perdido, y no tengo ni idea donde estoy. Si la habitación tenía solo un espejo, pudo ser una buena ayuda para orientación, pero había dos, es lo mismo como mil. Quise encontrar la puerta pegándome a la pared. Con mis pruebas terminé tirando un cuadro al suelo. Quizá no era muy grande, pero lo hizo con tanto ruido como una montaña. Garris (mi vecino, estaba durmiendo en la otra cama) no se ha movido, pero lo sabía, si voy a seguir por el mismo camino, seguro despierta. Voy aprobar el otro camino. Encontré otra vez la mesa redonda, estuve un par de veces al lado de ella, y desde aquí voy a probar encontrar mi cama; si encuentro mi cama, pues, encuentro también la garrafa con agua, por lo menos puedo apagar la sed. Mejor es arrodillarse y arrastrarse; este modo lo he probado, por eso confío en él.
Por fin encontré la mesa, tocando con cabeza, con un poco de ruido. Luego otra vez me levanté y fui balanceándome con las manos estiradas. Encontré la silla. Después la pared. Otra silla. Luego el sofá. Mi bastón. Otra vez sofá. Me ha sorprendido, perfectamente lo sabia, en la habitación esta solo el sofá. Encontré otra vez la mesa y recibí un golpe de nuevo. Luego choque con una fila de sillas. Un poco después se me ha ocurrido una idea, que tenia que aparecer mucho antes: La mesa es redonda, por lo tanto, no puede ser el punto de la salida para mi viaje. Por suerte me fui al espacio entre las sillas y sofá, pero me pareció un lugar desconocido, dejando caer el candelabro de la chimenea. Luego solté la lámpara, luego con el sonido voló la garrafa.
- ¡Ah! - pensé, - ¡Por fin te encontré, querido mío!
- ¡Ladrones! ¡Socorro! – grito el Garris.
Ruidos y gritos levantaron a toda casa. Habían venido con velas y linternas el jefe, invitados y sirvientas.
Yo mire alrededor. Aparecía, que estoy al lado de la cama de Garris. Solo un sofá estaba al lado de la pared; Solo una silla ubicada de manera que era fácil chocarse con ella, yo estuve dando vueltas alrededor, como una planeta, y chocando con ella, como una cometa, durante toda la noche.
Sobre mis pasos, me aseguré, que lo hice durante la noche *47 millas.*

---

vino y la tarea agrícola sobre su espaciosidad son los motivos de largos pensamientos matemáticos. (Traducción rusa 1935, Estereometría de los toneles''.

Lo ultimo es exagerado por encima de cualquier medida: no es posible durante par de horas pasar andando *47 millas,* pero otros detalles de la historia son bastante reales y bien caracterizan las dificultades del viaje dentro de una habitación oscura. Además, tenemos que valorar el espíritu metódico sorprendente y animo del joven protagonista de Mayn – Rid, el que no solo ha podido orientarse a oscuras, sino resolver una tarea matemática, dentro aquellas circunstancias.
Volver

7. El giro enigmático

Sobre las vueltas de M. Twain dentro de la habitación oscura, es curioso tomar la nota de un fenómeno que sucede con la gente que camina con ojos tapados: ellos no pueden ir sobre una línea recta, sin falta se apartan del camino, describiendo un arco, sin embargo, imaginando, que van por el camino recto hacia delante (figura 110).
También eso caracteriza a los aventureros, viajando sin brújula por el desierto, por la estepa nublada, en todos casos, cuando no hay posibilidad de orientarse, se apartan del camino y caminan sobre un circulo, a menudo volviendo al mismo sitio. El radio de la circunferencia, circunscrita por el peatón, es *60 a 100 m;* Más rápido camina, mas se estrecho es el radio, es decir, más estrechos son los círculos cerrados.
En la practica existen algunas pruebas para estudiar esta tendencia de la gente, como apartarse del camino recto. Habla un científico Y. Spirin:
“En un aeródromo liso y verde han puesto en una fila los pilotos. A todos les taparon los ojos y propusieron a caminar hacia delante. La gente andaba... al principio caminaban bien recto; después unos apartaban a la derecha, otros a la izquierda, poco a poco comenzaban hacer los círculos, volviendo a sus primeros pasos.”
Un caso conocido analógico hubo en Venecia en la plaza de Marco Polo. Tapaban los ojos a la gente, situadas en un lugar de la plaza, enfrente de la catedral, y propusieron llegar hacia ella. Aunque había que andar solamente *175 m*, todas de las personas metidas en esta prueba no han podido alcanzar la fachada del edificio (82 m de anchura), todas se inclinaban, circunscribieron a los arcos y chocaban con columnas laterales (figura 111).

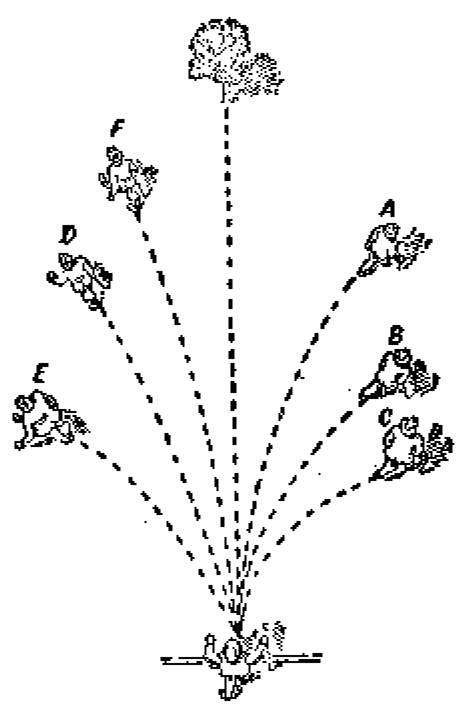


Figura 110. El camino con ojos tapados.

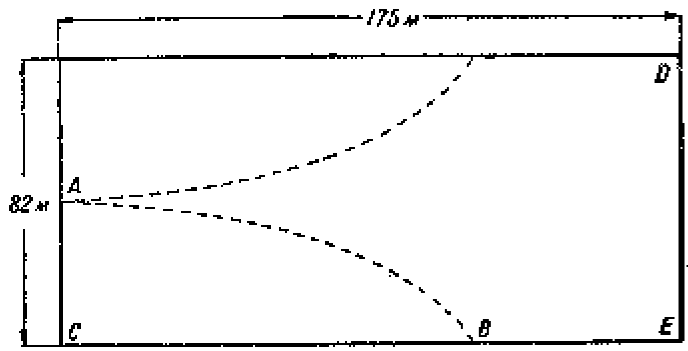


Figura 111. Esquema de la prueba en la plaza de Marco Polo en Venecia.

Quien ha leído la novela de Julio Verne "Las aventuras del capitán Gateras", se acordará de un episodio, como los viajeros se encontraron dentro de un desierto de nieve unos pasos de una tal persona:
"- ¡Son nuestras huellas, amigos míos! – exclamo el doctor. – Nos hemos perdido por culpa de la niebla y ahora descubrimos nuestras propias huellas.
Una descripción clásica de vueltas semejantes dejo L. N. Tolstoi "Dueño y trabajador":
"Basilio Andreevich hizo correr al caballo allá, donde el pensó que podía estar la caseta del guardabosque. La nieve impedía ver, y el viento parecía que quería parar al hombre, pero el doblándose para delante intentó hacer correr al caballo.
Cinco minutos después, no pudo ver nada, excepto la cabeza del caballo y desierto blanco.
De repente vio a los lejos una casa negra. Su corazón latía de alegría, y se dirigió hacia aquel sitio negro, viendo las paredes de una aldea. Pero el negro ha sido solo la variedad de ajenjo … El aspecto del ajenjo, golpeado por el viento, obligó a que temblase el pobre corazón del hombre mas y más. Con rapidez él fue para allá, sin darse cuenta, que acercándose al ajenjo, cambió totalmente la dirección.
Otra vez en el frente ve algo oscuro, otra vez la línea de ajenjo, la hierba seca golpeada por el viento. A lado de él veía las huellas del caballo, desapareciendo por el viento. Basilio Andreevich paró el caballo y miró con la atención: no ha sido otra cosa que las huellas de su caballo. Por lo visto, él daba las vueltas dentro de un espacio limitado por él.''
El fisiólogo noruego Gulberg, dedicó al fenómeno de giros una investigación especial (1896), el juntó varios testimonios verificados sobre casos reales del mismo origen. Ponemos en claro los dos ejemplos.
Dos peregrinos tomaron la decisión de dejar la caseta en una noche nevada y salir de aquel valle con anchura de *4 km*, para llegar a su casa, situada en el sentido, del que esta marcado por la línea discontinua (figura 112). Sin darse cuenta, durante el camino ellos se apartaban a la derecha, sobre la línea curva, señalada por flechas, pasando una cierta distancia, ellos calculaban que el objeto estaba conseguido, pero en realidad se encontraban al lado de la misma caseta, la cual dejaron hacía muy poco tiempo.

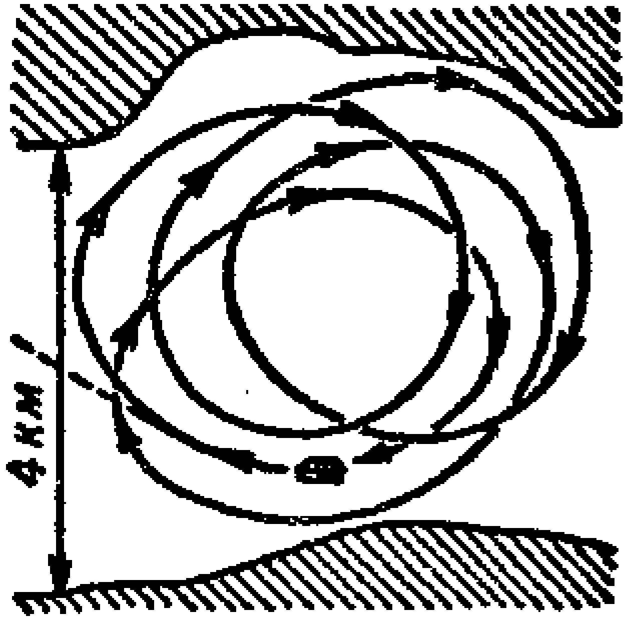


Figura 112. Esquema del viaje de los tres peregrinos.

Saliendo por otra vez, ellos se apartaban todavía mas y volvieron al punto de salida. Lo mismo se ha repetido por tercera vez y cuarto vez. Desesperados, probaron por quinta vez, pero con el mismo resultado. Se decidieron no complicar mas la noche y esperar hasta mañana.

Más difícil es remar sobre una línea recta en una noche oscura o tapado por la niebla. Hay un caso, cuando dos remeros, decididos atravesar un estrecho de *4 km* de anchura, en una noche. Dos veces estaban en la orilla apuesta, pero sin conseguir a ella, sin darse cuenta circunscribieron dos círculos y al fin desembarcaban en el sitio de salida (figura 113).

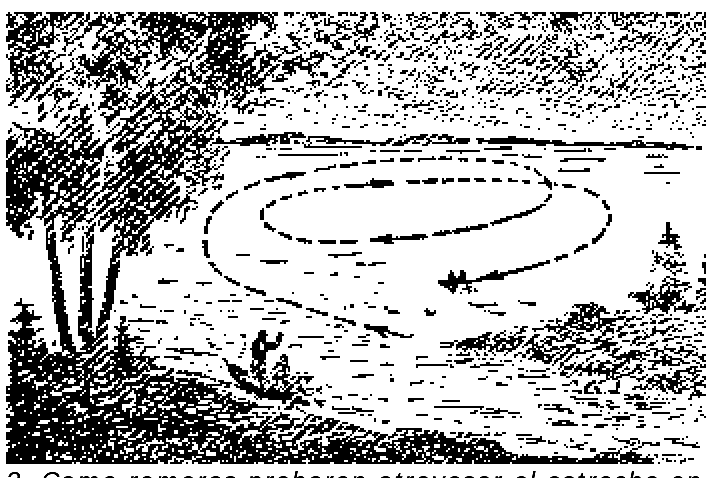


Figura 113. Como remeros probaron atravesar el estrecho en la niebla.

Lo mismo pasa con los animales. Unos viajeros polares cuentan sobre los círculos, dejados en la nieve por animales, enganchados en el trineo. Los perros dejándolos nadar con ojos tapados también circunscriben los círculos en el agua. Dando vueltas, vuelan las aves cegadas. Un animal perseguido, por el miedo sin poder orientarse, se salva por el camino en espiral.

Zoólogos examinaban los renacuajos, cangrejos, medusas, además, las amebas en una gota de agua; todos ellos se movían sobre un circulo.

¿Cómo explicar esta afición tan enigmática del humano y animales al círculo, sin ser capaces mantener una trayectoria recta a ciegas?
Esta pregunta pierde su milagro, cuando hacemos una pregunta correcta.
Preguntaremos no sobre por qué los seres vivos andan dando las vueltas, sino, sobre - ¿Qué necesitan para mantener un camino recto?
Acuerden como se mueve un carro, un juguete mecánico. Puede ser, que la carreta cambia el sentido, en vez de seguir a un recto camino.
En este movimiento nadie se ven ningún tipo de milagro, cualquier se adivina, ¡Porque esto ocurre! Evidentemente, las ruedas de derecha no son iguales a la parte izquierda.
Esta claro, el ser vivo podrá moverse en aquel caso sin ayuda de los ojos por un recto camino, cuando los músculos de ambas partes (de derecha y de izquierda) están trabajando completamente igual. Pero aquí estamos, la simetría del cuerpo humano y de animales no es igual. En la mayoría de gente y de animales los músculos de parte derecha del cuerpo se desarrollan desigualmente con los músculos de parte izquierda. Evidentemente, el peatón siempre estira la pierna derecha mas adelante, que la izquierda, no puede mantenerse en una línea recta; Si los ojos no ayudan a alinear el camino, el inevitablemente se correrá a la izquierda. Lo mismo pasa con un remero, por culpa de un mal tiempo, se correrá a la izquierda, si la mano derecha trabaja con mas fuerza, que la otra. Esto es geometría absoluta.
Imaginaremos, por ejemplo, la persona haga el paso con la pierna izquierda en un milímetro mas largo, que con la derecha. Después, haciendo por turnos con cada pierna mil pasos, la persona hará el camino con la pierna izquierda sobre *1000 mm,* es decir, sobre un metro mas largo, que de la derecha. En los caminos rectos y paralelos esto es imposible, pero es real en las circunferencias concéntricas.
Además, nosotros podemos, utilizando el plano anteriormente descrito del giro en el valle nevado, calcular, en cuantas veces la pierna izquierda hizo mas largo el paso, que la derecha (como el camino se apartaba hacia derecha, entonces los pasos más largos lo hizo la pierna izquierda). El trayecto entre líneas de las piernas izquierda y derecha durante el camino (figura 114) equivalente a *~10 cm*, es *0,1 m.* Cuando la persona circunscribe un circulo completo, su pierna derecha alcanza el camino *2pR,* la izquierda *2p (R + 0,1),* donde *R* es el radio de aquella circunferencia en metros. La diferencia

2p (R + 0,01) - 2p R = 2p ´ 0,1

es decir

0,62 m o *620 mm,*

formada por la diferencia entre la longitud del paso izquierdo y derecho, repitiendo tantas veces, cuantos han sido los pasos. De la figura 112 podemos deducir, que los peregrinos circunscribieron los círculos con diámetros de *@ 3,5 km,* es decir, *@10000 m* de longitud. Sobre el paso medio de *0,7 m* durante ese camino asido hecho

$$\frac{10000}{0,7} = 14000 \text{ pasos}$$

De ellos son *7.000* con la pierna derecha e igual con la pierna izquierda. Entonces, ya sabemos, que *7.000* pasos "izquierdos", mas de *7000* pasos de *620* "derechos'' de *620 mm.* De aquí, un paso izquierdo más largo de un derecho en

$$\frac{620}{7000}\ mm,$$

menos que *0,1 mm.* ¡Esta diferencia entre los pasos es suficiente para lograr un resultado tan sorprendente.

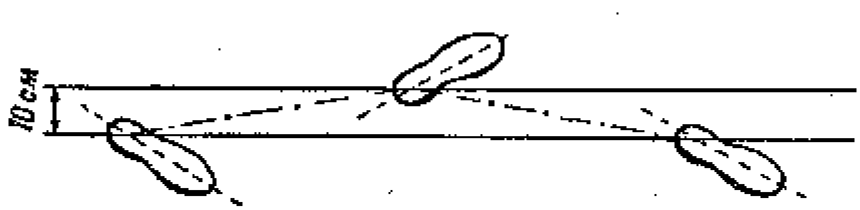


Figura 114: Las líneas de huellas de la pierna derecha y la izquierda durante el camino.

El radio de aquel circulo, el que el viajero circunscribe, depende de la diferencia entre las longitudes de pasos "derecho" e "izquierdo". Es fácil de establecer la cantidad de pasos, hechos a lo largo de un circulo, con una longitud de un paso de *0,7 m* es

$$\frac{2 \times \pi \times R}{0,7}$$

donde *R* es el radio de la circunferencia en metros; Entre ellos hay

$$\frac{2 \times \pi \times R}{2 \times 0,7}$$

"izquierdos" e igual número de "derechos. Multiplicando esta cantidad por el valor de la diferencia *x* de longitud de los pasos, recibimos la diferencia longitudinal de aquellos círculos, los que son circunscribimos como por la izquierda tanto por la derecha piernas, es decir

$$\frac{2 \times \pi \times R}{2 \times 0,7 \times x} = 2 \times \pi \times 0,1$$

$$R \times x = 0,14$$

R y x se expresan en metros.

Con esta fórmula tan simple no es difícil de calcular el radio de la circunferencia, cuando la diferencia de los pasos es conocida, y al contrario. Por ejemplo, para los participantes de la prueba en la plaza de Marco Polo de Venecia nosotros podemos establecer el radio mas grande circunscrito por ellos a lo largo del camino. Realmente, como ninguno de ello no llegó hasta la fachada *DE* del edificio (figura 111), entonces, entre la fachada *AE = 14 m* y el arco *BC,* no supera a *175 m,* podemos calcular el radio máximo del arco *AB.* El sale de igualdad

$$2R = \frac{BC^2}{AC} = \frac{175^2}{41} = 750 \text{ m}$$

de aquí *R*, el radio máximo, será @*370 m.*

Sabiendo esto, de la formula anterior *R ´ x = 0,14* buscamos la menor cantidad de la diferencia longitudinal de los pasos:

370 x = 0,14, donde *x = 0,4 mm.*

Entonces la diferencia de longitud de los pasos derechos e izquierdos de los participantes no es menor de *0,4 mm.*

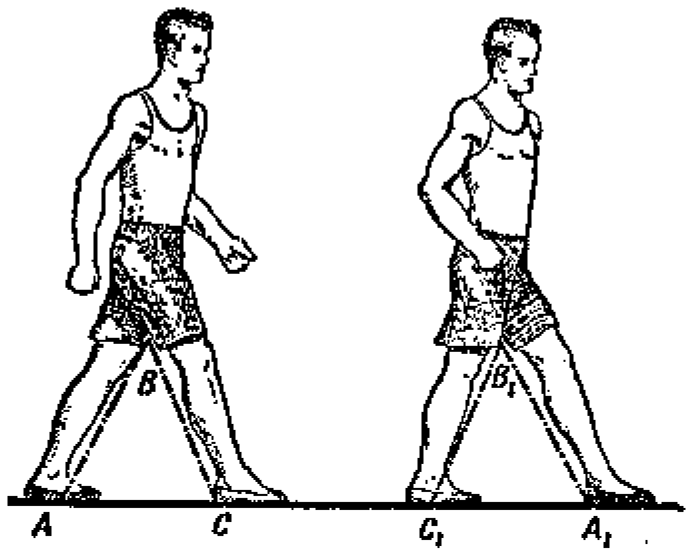


Figura 115. Si el ángulo del paso es mismo, entonces los pasos eran iguales.

A veces escuchas o lees, que la acción del giro durante la caminata a ciegas depende de la diferencia de las piernas; como la pierna izquierda la mayoría de gente la tiene mas larga, entonces durante el camino la gente deberá apartarse hacia la derecha. Lo importante es la longitud de los pasos, pero no las piernas.

De la figura 115 es evidente, con la existencia de piernas diferentes podemos hacer pasos iguales, si durante el camino separamos las piernas en un mismo ángulo, es decir, andar así, donde ÐB_1 = *B.* Como siempre $A_1B_1 = A\ B$ y $B_1C_1 = B\ C$, entonces D$A_1\ B_1\ C_1$ = D*ABC* y por lo tanto, $AC = C_1A_1$. Al contrario, con dos piernas totalmente iguales, los pasos podrán ser de diferentes longitudes, si una pierna se adelanta a la otra.

Por la misma razón el barquero, remando mas fuerte con la mano derecha, debe de apartar la lancha, dando vuelta hacia la izquierda. Los animales haciendo pasos diferentes, o aves haciendo movimientos con las alas no con la misma fuerza, también deberían dar las vueltas cada vez, cuando pierden control visual. Aquí una diferencia pequeña de esfuerzo también es suficiente para perder el rumbo.

Sobre esta razón todos los casos pierden su misterio y se convierten en reales. De manera sorprendente era, si seres vivos, al contrario, pudieran caminar rectamente a ciegas. Más importante condición, es la simetría geométrica del cuerpo, absolutamente imposible para naturaleza. La menor desviación de la simetría absoluta matemática debe llevar detrás, como la consecuencia inevitable del giro. El milagro no es aquello, que nos sorprende, sino aquello, que estábamos preparados verlo como realidad.

Imposibilidad mantener el camino recto ahora no es complejo: Las brújulas, vías, cartas evitan las dificultades.

Otra cosa, animales y demás habitantes de desiertos, estepas, del espacio marítimo: la asimetría del cuerpo obliga a ellos circunscribir los círculos, en vez del camino recto, es un factor importante de la vida. Como si un hilo invisible se enganchara en un sitio, quitando posibilidad de alejarse. Un león, que osa alejarse mas lejos del desierto, antes o después vuelve. Las gaviotas, dejando sus rocas, no podrán volar sin volver al nido (además, misterioso es la larga migración de las aves, cruzando los continentes y océanos).

Volver

8. Medición a mano

El chico de Mayn – Rid pudo con éxito resolver su tarea geométrica solamente porque sabia su estatura y recortaba bien el resultado. Seria bueno para cada de nosotros tener un “metro vivo”, por si acaso necesitamos para hacer mediciones.
Es útil de recordar, que la mayoría de la gente tienen la distancia entre las manos estiradas equivalente a la estatura (figura 116) la regla examinada por un pintor y científico Leonardo da Vinci: la regla permita aprovechar nuestras “medidas vivas” más cómoda, como ha hecho el chico. La estatura de una persona adulta (de una raza eslava) @*1,7 m* o *170 cm,* es fácil de recordar. Pero confiar a esta cantidad *mediana* no hace falta: Cada uno debe de medir su estatura y la distancia de las manos.

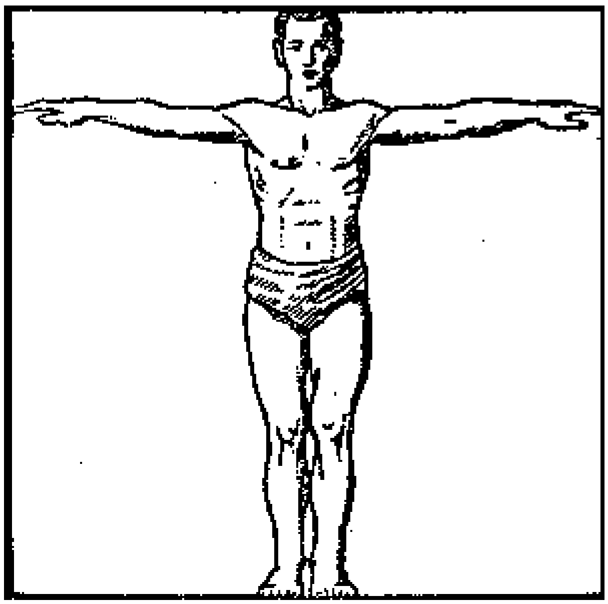


Figura 116. Precepto de Leonardo da Vinci

Para medir, sin regla, las distancias pequeñas tenemos que recordar longitud de su “cuarta”, es decir, la distancia entre las puntas del pulgar y el dedo meñique (figura 117). Para un hombre mayor es @*18 cm,* aproximadamente ¼de arshin (de aquí viene el nombre “cuarta”); Pero para adolescentes el mismo segmento es menor y crece hasta los 25 años.

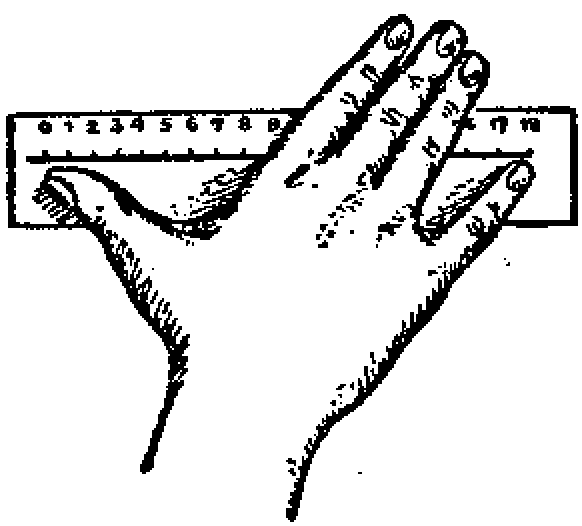


Figura 117. Medición del segmento entre dedos.

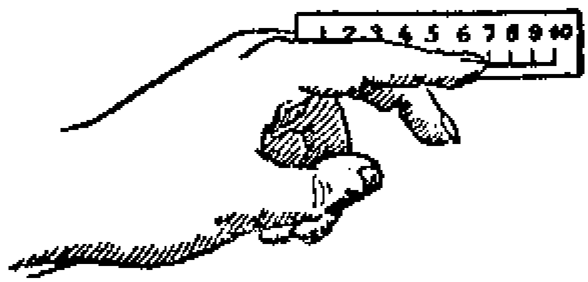


Figura 118. Medición del dedo índice

Luego, es útil recordar la longitud del índice, calculando dos cosas: desde el fondo del dedo medio (figura 118) y desde el fondo del pulgar.

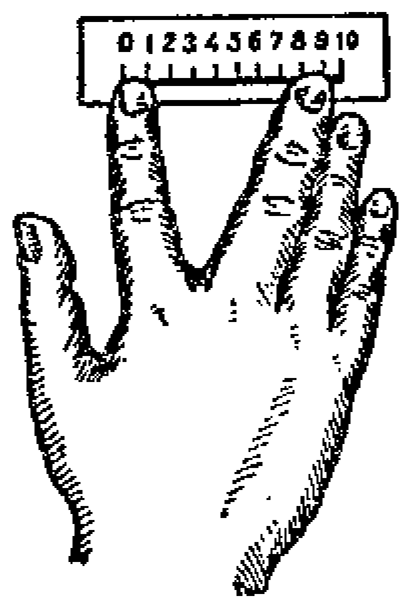


Figura 119 . Medición del segmento entre dedos.

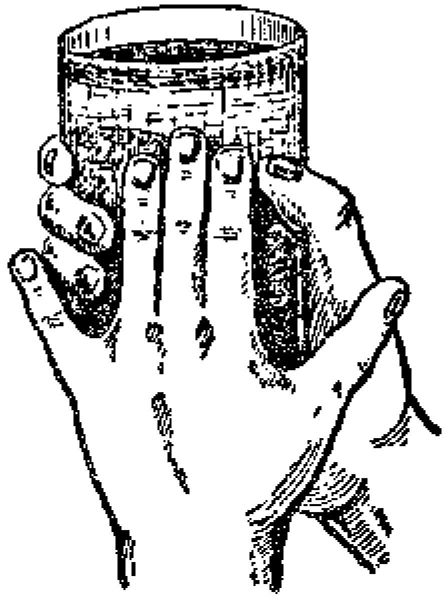


Figura 120. Medición de circunferencia del vaso

Lo mismo tiene que saber es la distancia máxima entre el dedo índice y el medio, para una persona adulta es @*10 cm* (figura 119). Al final tenemos que saber la anchura de nuestros dedos.
La anchura de los tres dedos del medio, bien sujetados, es aproximadamente es de *5 cm.*
Teniendo todos los datos Uds. podrán cumplir cualquier tipo de medición aprovechando sus manos, además, a ciegas. Hay un ejemplo en la figura 120: aquí medimos con dedos la circunferencia del vaso. Teniendo cantidades medias, podemos decir, que la longitud de la circunferencia es *18 + 5 =23,* es *23 cm.*
Volver

9. Ángulo recto en la oscuridad
Problema
Otra vez volveremos a aquel chico de la novela y formaremos una pregunta: ¿Qué trabajo tenia que hacer, para encontrar el ángulo recto de un modo mas justo? "Coloqué junto a ella (sobre la tablilla) una vara así, para que ella forme con tablilla un ángulo recto'', leemos la novela. Trabajando a ciegas, confiando a sus sentimientos musculares, podemos equivocarnos. Por lo visto el chico dentro de su situación tenia un secreto para construir ángulo de una manera fija. ¿Cuál es esa manera?

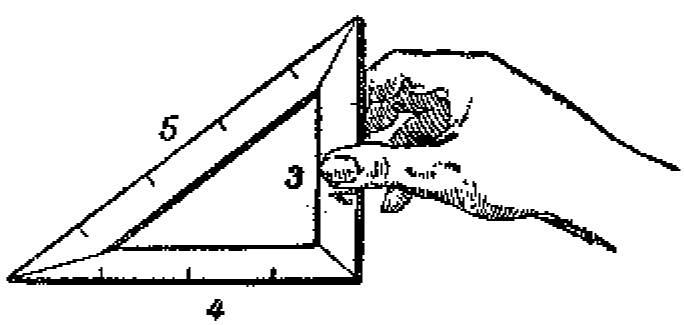


Figura 121. Un triángulo rectángulo donde los lados son completos

Solución

Aprovecharemos el teorema de Pitágoras, construimos un triángulo de tablas, donde uno de sus ángulos era recto. Bien sujetadas las tablillas con longitud de *3,* de *4* y de *5* según elegidos segmentos iguales (figura 121).
Es el antiguo modo de egipcios, el que utilizaban en la tierra de las pirámides mil años atrás. Además, en nuestro tiempo aprovechan este modo en las construcciones.